

24.

1972: TERZO PROBLEMA

SI STUDI LA VARIAZIONE DELLA FUNZIONE

$$y = \operatorname{tg} x - 2 \operatorname{sen} x$$

NELL'INTERVALLO

$$-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$$

La funzione data può essere scritta

$$y = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} - 2 \operatorname{sen} x$$

$$y = \operatorname{sen} x \left(\frac{1}{\cos x} - 2 \right)$$

$$y = \frac{\operatorname{sen} x (1 - 2 \cos x)}{\cos x}$$

e si annulla per

$$\begin{cases} \operatorname{sen} x = 0 & \longrightarrow & x = 0 & ; & x = \pi \\ \cos x = \frac{1}{2} & \longrightarrow & x = \frac{\pi}{3} & ; & x = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Vi sono tre asintoti verticali per

$$\cos x = 0 \longrightarrow x = \pm \frac{\pi}{2}; x = \frac{3}{2}\pi$$

Studiando il segno della funzione si ricava

$\sin x \geq 0$	-	-	+	+	+	-
$1 - 2 \cos x \geq 0$	+	-	-	+	+	+
$\cos x \geq 0$	+	+	+	+	-	-
$f(x) \geq 0$	-	+	-	+	-	+
	$(-\frac{\pi}{2}) - \frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$(\frac{\pi}{2})$	π	$(\frac{3}{2}\pi)$

Calcoliamo ora la derivata prima e troviamo i punti per i quali essa si annulla.

$$y' = \frac{1}{\cos^2 x} - 2 \cos x$$

$$y' = \frac{1 - 2 \cos^3 x}{\cos^2 x} = 0$$

$$1 - 2 \cos^3 x = 0$$

$$\cos^3 x = \frac{1}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2} \approx \frac{1,5874}{2} = 0,7937$$

e, usando le tavole, si ottiene

$$x \approx \pm 37^\circ 30' \approx \pm 36^\circ = \pm \frac{\pi}{5}$$

Le corrispondenti ordinate della funzione sono:

$$f\left(\frac{\pi}{5}\right) \approx 0,7673 - 2 \cdot 0,6088 = -0,4503 \approx -0,45$$

$$f\left(-\frac{\pi}{5}\right) \approx -0,7673 + 2 \cdot 0,6088 = 0,4503 \approx 0,45$$

Il grafico risultante è perciò il seguente

