

28.

## 1973: TERZO PROBLEMA

SI STUDI LA VARIAZIONE DELLA FUNZIONE

$$y = 3 \cos 2x - 4 \cos x$$

NELL'INTERVALLO

$$0 \leq x \leq 2\pi$$

Calcoliamo le intersezioni con gli assi cartesiani

n<sub>1</sub> :

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0 \\ x \cong \frac{2}{3}\pi \\ x \cong \frac{4}{3}\pi \end{cases}$$

infatti

$$\begin{aligned} 3 \cos 2x - 4 \cos x &= 0 \\ 3(2 \cos^2 x - 1) - 4 \cos x &= 0 \\ 6 \cos^2 x - 4 \cos x - 3 &= 0 \\ \cos x &= \frac{2 \pm \sqrt{22}}{6} \cong \begin{cases} 1,01 \\ -0,45 \end{cases} \end{aligned}$$

La soluzione  $\cos x \cong 1,01$  è da scartare perché impossibile in quanto maggiore di uno.

L'altra soluzione consultando le tavole trigonometriche fornisce

$$x \cong 116^\circ = \frac{29}{45} \pi \cong \frac{2}{3} \pi$$

$$x \cong 244^\circ = \frac{61}{5} \pi \cong \frac{4}{3} \pi$$

Calcoliamo la derivata prima e uguagliamola a zero.

$$y' = -6 \sin 2x + 4 \sin x = 0$$

$$3 \sin x \cos x - \sin x = 0$$

$$\sin x (3 \cos x - 1) = 0$$

le soluzioni sono:

$$\begin{cases} \sin x = 0 \rightarrow x = k\pi & \text{e in particolare, nell'intervallo considerato} \\ & x=0; x=\pi; x=2\pi \\ 3 \cos x - 1 = 0 \rightarrow \cos x = \frac{1}{3} \rightarrow x \cong \frac{7}{18} \pi; x \cong \frac{29}{18} \pi \end{cases}$$

anche in quest'ultimo caso usando le tabelle trigonometriche si trova:

$$x \cong 70^\circ = \frac{7}{18} \pi$$

$$x \cong 290^\circ = \frac{29}{18} \pi$$

Quindi in definitiva i punti caratteristici della funzione sono i seguenti

$$A \equiv (0; -1) \quad B \equiv \left(\frac{7}{18} \pi; -\frac{11}{3}\right) \quad C \equiv (\pi; 7)$$

$$D \equiv \left(\frac{29}{18} \pi; -\frac{11}{3}\right) \quad E \equiv (2\pi; -1)$$

Calcolando la derivata seconda della funzione

$$y'' = -12 \cos 2x + 4 \cos x$$

e sostituendo in essa le ascisse di tali punti, si può riconoscere che A, C, E sono massimi mentre B e D sono minimi - Il grafico conclusivo è il seguente

