11..

1976: QUARTO PROBLEMA

SI DIMOSTRI CHE

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}$$

Partiamo dalla nota proprietà dei coefficienti binomiali

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

che, riferita al triangolo di tartaglia, asserisce che l'elemento $\binom{n}{k}$, cioè il k-esimo elemento della riga n, è sempre uguale alla somma del $(k-1)$-esimo e k-esimo elemento della riga precedente.

E', in altre parole, il criterio normalmente seguito per compilare il triangolo suddetto.

Ebbene, basta sostituire

$n+1$ ad n

e $k+1$ a k

per ottenere

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n+1-1}{k+1-1} + \binom{n+1-1}{k+1}$$

cioè

$$\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k} + \binom{n}{k+1}$$

che è, con i due termini a secondo membro invertiti, la relazione da dimostrare.