

15.

## 1977: QUARTO PROBLEMA

SI ENUNCI LA REGOLA DI DE L'HÔPITAL  
E SENE DIA UN ESEMPIO DI APPLICAZIONE.

Siano  $f(x)$  e  $g(x)$  due funzioni continue e derivabili in un certo intervallo  $a \rightarrow b$ .

Supponiamo che entrambe le funzioni diventino infinitesime per  $x \rightarrow c$  (dove  $c$  è un punto interno all'intervallo suddetto).

Risulta quindi

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$$

Ebbene, la regola di De L'Hôpital afferma che

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}$$

purché sia

$$g'(c) \neq 0$$

Facciamo un esempio di applicazione della

regola -

Il limite notevole

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

può facilmente essere ricavato applicando la regola de l'Hôpital. Dopo aver constatato che l'immediata sostituzione  $x=0$  nella funzione fornisce la forma indeterminata  $\frac{0}{0}$ , derivando separatamente numeratore e denominatore si ottiene subito

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{1} = 1$$

È da notare che la regola de l'Hôpital può essere applicata anche alla forma indeterminata  $\frac{\infty}{\infty}$  perché si può scrivere

$$\frac{\infty}{\infty} = \frac{\frac{1}{0}}{\frac{1}{0}} = \frac{1}{0} \cdot \frac{0}{1} = \frac{0}{0}$$