19.

1978: QUARTO PROBLEMA

GLI ASINTOTI DI UNA CURVA: SI ILLUSTRI IL PROCEDIMENTO PER DETERMINARLI NEL CASO DI UNA CURVA RAPPRESENTANTE UNA FUNZIONE RAZIONALE FRATTA.

L'argomento è già stato proposto, seppure in forma più generica, nel quarto problema del luglio 1974.

Si abbia una funzione razionale fratta del tipo

$$y = \frac{f(x)}{g(x)}$$

ed indichiamo con m il grado di $f(x)$ e con n il grado di $g(x)$.

Se la funzione è ridotta e $m > n$ non ci sono asintoti orizzontali, ma tanti asintoti verticali quanti sono gli zeri della $g(x)$.

Se il numeratore è di un grado superiore al denominatore (cioè se $m-n=1$), c'è un asintoto obliquo.

Se $m=n$ la funzione ammette un asintoto orizzontale. Per una funzione del tipo considerato non possono coesistere asintoti obliqui ed orizzontali.

Se infine $m<n$ c'è un asintoto orizzontale coincidente con l'asse x.

Negli ultimi tre casi ($m-n=1$, $m=n$, $m<n$) continuano ad esserci tanti asintoti verticali quanti sono gli zeri reali della $g(x)$.

Facoltativamente lo studente poteva poi fornire un esempio per ciascuno dei casi descritti.