Limite infinito per x che tende ad un valore finito

+ ∞

Sia f (x) una funzione non definita in x_0 .
Si dice che f (x) tende a + ∞ per x che tende a x_0 e si scrive:

$\lim_{x \to x_0} f (x) = + \infty$

Quando per ogni numero reale positivo M si può determinare un intorno completo I di x_0 tale che risulti:

f (x) > M

per ogni x appartenente a I e diverso da x_0 .

Possiamo prendere come intorni di x_0 degli intorni circolari e quindi dire che $\lim_{x \to x_0} f (x) = + \infty$ se:

∀ M > 0 ∃ δ_M > 0 tale che ∀ x con | x - x_0 | < δ_M , f (x) > M.

Se $\lim_{x \to x_0} f (x) = + \infty$, si dice anche che la funzione f diverge positivamente.

Quando, nella definizione appena data, diciamo "per ogni numero reale positivo M " intendiamo valori di M che diventano sempre più grandi. Diremo allora che M è preso grande a piacere.

Se prendiamo M più grande, I esiste ancora e risulta più piccolo. Se scegliamo un valore di M sempre più grande, si può verificare che I diventa abbastanza piccolo tale che f (x) superi M.

- ∞

Sia f (x) una funzione non definita in x_0
Si dice che f (x) tende a - ∞ per x che tende a x_0 e si scrive:

$\lim_{x \to x_0} f (x) = - \infty$

Quando per ogni numero reale positivo M si può determinare un intorno completo I di x_0 tale che risulti:

f (x) < - M

per ogni x appartenente a I e diverso da x_0.

$\lim_{x \to x_0} f (x) = - \infty$ si dice che la funzione f diverge negativamente.

In generale quando scriviamo $\lim_{x \to x_0} f (x) = \infty$ intendiamo dire che f diverge, ma non importa specificare se positivamente o negativamente.

La definizione di $\lim_{x \to x_0} f (x) = \infty$ è :

per ogni M > 0, è possibile trovare un intorno I di x_0 tale che | f (x) | > M, per ogni x ∈ I nel dominio di f, con x ≠ x_0 .

La disequazione | f (x) | > M si può scrivere in modo equivalente come:

f (x) > M v f (x) < - M

e quindi le sue soluzioni sono l'unione delle soluzioni delle singole disequazioni.

Limite infinito per x tendente ad un valore infinito

Limite + ∞ di una funzione per x che tende a + ∞

Si dice che la funzione f (x) ha per limite + ∞ per x che tende a + ∞ e si scrive:

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

Quando per ogni numero reale positivo M si può determinare un intorno I di + ∞ tale che risulti:

f (x) > M per ogni x ∈ I.

Limite + ∞ di una funzione per x che tende a - ∞

Si dice che la funzione f (x) ha per limite + ∞ per x che tende a - ∞ e si scrive:

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

Quando per ogni numero reale positivo M si può determinare un intorno I di - ∞ tale che risulti:

f (x) > M per ogni x ∈ I.

Limite - ∞ di una funzione per x che tende a + ∞

Si dice che una funzione f (x) ha per limite - ∞ per x che tende a + ∞ e si scrive:

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$

Quando per ogni numero reale positivo M si può determinare un intorno I di + ∞ tale che risulti:

f (x) < - M per ogni x ∈ I.

Limite - ∞ di una funzione per x che tende a - ∞

Si dice che una funzione f (x) ha per limite - ∞ per x che tende a - ∞ e si scrive:

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Quando per ogni numero reale positivo M si può determinare un intorno I di - ∞ tale che risulti:

f (x) < - M per ogni x ∈ I.