Il piano cartesiano

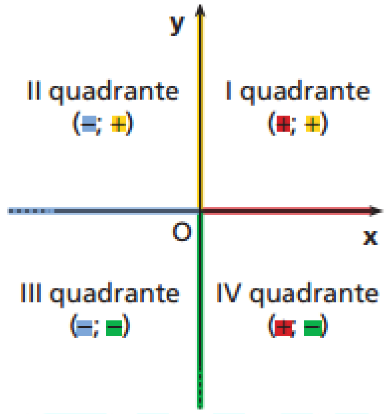
Il riferimento cartesiano ortogonale

I punti di un piano possono essere messi in corrispondenza biunivoca con coppie di numeri reali.

Considerando due rette orientate tra loro perpendicolari, sceglieremo la prima orizzontale e la seconda verticale. Queste rette prendono il nome di assi di riferimento e il loro punto di intersezione O origine di riferimento. In questo modo abbiamo fissato nel piano un sistema di assi cartesiani ortogonali.

L'asse orizzontale è detto asse delle ascisse, o anche asse x, l'asse verticale è detto asse delle ordinate, o anche asse y.

Gli assi dividono il piano in quattro angoli retti, detti quadranti. Le coordinate dei punti del piano sono positive o negative, a seconda del quadrante in cui si trovano.



Per la rappresentazione di un punto mediante l'utilizzo di una coppia ordinata di numeri reali, fisseremo un unità di misura su entrambi gli assi. I numeri della coppia vengono dette coordinate del punto; la prima coordinata viene detta ascissa, la seconda viene detta ordinata.

Se, invece, in un piano fissiamo un punto, possiamo fargli corrispondere una coppia di numeri reali mandando dal punto le rette parallele agli assi e considerando le loro intersezioni con gli assi stessi.

A ogni punto del piano corrisponde una e una sola coppia di numeri; viceversa , a ogni coppia di numeri corrisponde uno e uno solo punto del piano. La corrispondenza è biunivoca.

In generale, per indicare che al punto P corrisponde la coppia di numeri reali (x ; y) e viceversa, si una la scrittura:

P (x ; y).

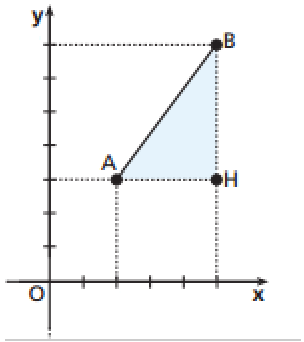
Esempio di punto particolare è l'origine, che ha uguale a 0 sia l'ascissa che l'ordinata. Mentre tutti i punti sull'asse x hanno ordinata 0, e quelli sull'asse y hanno ascissa 0.

La distanza fra due punti

Il caso generale della distanza fra due punti si ha quando si considera due punti che non hanno necessariamente la stessa ascissa o la stessa ordinata.

Per calcolare la distanza tra due punti generici A e B applichiamo il teorema di Pitagora al triangolo ABH:

$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{BH}^2}$.



In generale la distanza fra due punti A (x_A; y_A) e B (x_B; y_B) è data da:

$\overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$.

Dal caso generale precedente, possiamo distinguere i casi in cui i punti hanno la stessa ordinata e in cui i punti hanno la stessa ascissa.

I punti hanno la stessa ordinata

In generale, la distanza fra due punti A (x_A; y_A) e B (x_B; y_B) che hanno la stessa ordinata $y_A = y_B$ è :

$\overline{AB} = | x_B - x_A |$.

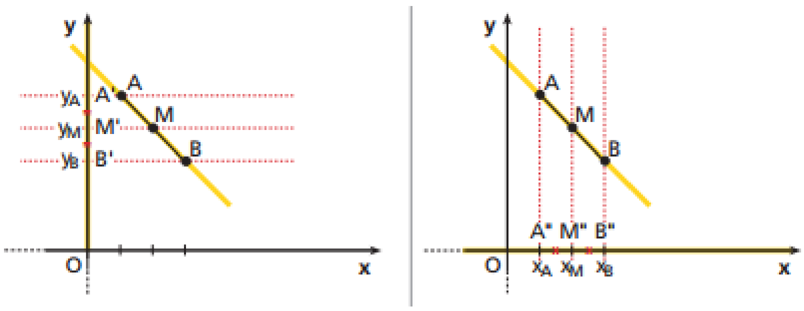
I punti hanno la stessa ascissa

In generale, la distanza fra due punti A (x_A; y_A) e B (x_B; y_B) che hanno la stessa ordinata $x_A = x_B$ è :

$\overline{AB} = | y_B - y_A |$.

Il punto medio di un segmento

Consideriamo i punti A (x_A; y_A) e B (x_B; y_B). Vogliamo calcolare le coordinate del punto medio M del segmento AB.



Dopo aver tracciato le parallele agli assi passanti per i punti A, B e M, applichiamo il teorema del fascio di rette parallele:

Dato un fascio di rette parallele tagliato da due trasversali, a segmenti congruenti su una trasversale corrispondono segmenti congruenti sull'altra trasversale.

Se AM ≅ MB, allora A'M' ≅ M' B' e A''M'' ≅ M''B'', quindi M' è il punto medio di A'B' e M'' quello di A''B''.

Applicando la formula del punto medio al segmento A''B'':

$x_{M''} = \frac{x_A + x_B}{2}$; $x_M = x_{M''}$. Semisomma delle ascisse

Applichiamo nuovamente la formula al segmento A'B':

$y_{M'} = \frac{y_A + y_B}{2}$; $y_M = y_{M'}$. Semisomma delle ordinate