

## Calcoli percentuali. interesse, sconto, montante semplice e composto

**CALCOLI PERCENTUALI.** Le percentuali sono impiegate essenzialmente nelle operazioni commerciali, finanziarie e in statistica.

Una percentuale indica quante parti o unità di una certa grandezza corrispondono a 100 parti di un'altra grandezza. La percentuale viene espressa con un numero e con un simbolo "%", che si legge "per cento".

Per esempio se un prodotto che all'inizio vale 500 € viene scontato del 20%, vuol dire che al prezzo iniziale del 100%, è praticato uno sconto pari a 100 €, infatti  $500€ \times 20 : 100 = 100€$ . In altre parole, quindi, il prodotto verrà pagato il rimanente 80% e cioè 400 €.

Questo semplice esempio si può generalizzare in tutti i calcoli in cui compare una percentuale, applicando una proporzione. Si ricorda che una proporzione è definita come l'uguaglianza tra due rapporti, per esempio  $200/10 = 400/20$  è una proporzione, perché entrambi i rapporti hanno come risultato il numero 20; tale uguaglianza si può scrivere nel modo seguente:

$$200 : 10 = 400 : 20$$

dove il simbolo ":" si legge "sta" e il simbolo "=" si legge "come".

L'espressione precedente si leggerà "200 sta a 10 come 400 sta a 20. I termini ai lati dalla proporzione vengono chiamati "estremi", mentre i termini centrali "medi".

In una proporzione, conoscendo tre termini, si può calcolare il quarto termine. Supponiamo infatti di non conoscere il primo termine, cioè un estremo. La proporzione, in questo caso, si scriverà:

$$x : 10 = 400 : 20$$

L'incognita si calcolerà con la semplice formula:

$$x = (\text{medio1} \cdot \text{medio2}) / \text{estremo2}$$

sostituendo i valori:  $x = (10 \cdot 400) / 20 = 200$ .

Se l'incognita, invece, è un medio, per esempio il secondo termine, la proporzione sarà:

$$200 : y = 400 : 20$$

e la formula risolvete diventerà

$$y = (\text{estremo1} \cdot \text{estremo2}) / \text{medio2}$$

sostituendo i valori numerici, si avrà:  $y = (200 \cdot 20) / 400 = 10$ .

**INTERESSE E MONTANTE SEMPLICE.** Gli argomenti trattati in questo modulo sono di competenza della matematica finanziaria. Le operazioni principali di questa materia sono la capitalizzazione e lo sconto.

Si dice **capitalizzazione** il procedimento mediante cui l'interesse prodotto da un certo capitale viene aggiunto al capitale stesso.

In altre parole, nella capitalizzazione una persona, detta mutuante o creditore, dà in uso per un certo tempo fissato, chiamato durata del prestito, un **capitale** ad un'altra persona, detta mutuatario o debitore. Il debitore si impegna a restituire, alla scadenza della durata del prestito, un altro importo, dato dalla somma del capitale iniziale avuto in prestito e di un **interesse**. La somma del capitale, che chiameremo "C" e dell'interesse, che chiameremo "I" è detta **montante** (M), cioè:

$$M = C + I$$

Il montante è, in altre parole il valore del capitale rivalutato dopo il tempo della durata del prestito.

L'interesse non è valutato, però, nel suo complesso, ma è indicato come tasso unitario; per esempio se una banca presta un capitale ad un cliente indica la percentuale dell'interesse, del 3%; questo

significa che per ogni 100 euro prestati, il cliente dovrà restituire, oltre il capitale, anche 3 euro per ogni 100 euro avuti in prestito.

L'interesse è valutato per un periodo di tempo che può essere annuale, semestrale, trimestrale, ecc. In questo caso si parla di tasso unitario annuo di interesse se è riferito alla durata di un anno, di tasso unitario semestrale di interesse se il periodo è di sei mesi ecc.; nel caso non sia specificato si intende annuo.

Per esempio, se una banca ha dato in prestito ad un cliente un capitale di 20.000 € e quest'ultimo restituisce, dopo un anno, 20.500 €, cioè 20.000 € di capitale e 500 € di interesse, vuol dire che il tasso unitario di interesse sarà dato dalla soluzione delle seguente proporzione:

$$i : 500 = 1 : 20.000$$

da cui si ricava:  $i = (500 \cdot 1) / 20.000 = 0,025$ .

Questo vuol dire che il capitale è stato impiegato al tasso unitario annuo  $i=0,025$ , cioè del 2,5%.

L'interesse visto in precedenza, si chiama interesse semplice e si calcola con la formula:

$$I = C \cdot i \cdot t$$

dove : C è il capitale

i è il tasso di interesse

t è il tempo (espresso in anni o frazioni di anno)

Se si sostituisce il valore di I nella formula del montante, si ha, con facili passaggi, che questo è uguale a:

$$M = C \cdot (1 + it)$$

La quantità in parentesi si chiama fattore di capitalizzazione ad **interesse semplice** e ci dà la misura assunta dal capitale al tasso di interesse "i" e dopo il tempo "t".

Ad esempio, calcoliamo l'interesse semplice ed il montante di un capitale di 10.000 €, al tasso annuo del 5%, impiegato per 6 mesi. La prima operazione da effettuare è quella di riportare i 6 mesi alla frazione di un anno, cioè  $t = (6/12)$ .

L'interesse semplice sarà  $I = C \cdot i \cdot t = 10.000 \cdot 0,05 \cdot 6/12 = 250$  € e il montante semplice:

$$M = C + I = 10.000 + 250 = 10.250 \text{ €}$$

Nella capitalizzazione semplice si usa quasi sempre il tasso annuo per cui il tempo deve essere riportato in anno e frazioni di anno. Per valutare esattamente il tempo si usano due convenzioni: l'anno commerciale e l'anno civile.

L'**anno commerciale** si compone di 12 mesi, tutti di 30 giorni, per un totale annuo di 360 giorni. Un mese sarà quindi 1/12 di anno, mentre un giorno 1/360 di anno.

L'**anno civile** è considerato di 365 giorni, quindi i mesi per il loro numero effettivo. In questo caso la durata di un impiego fruttifero si conta in giorni, ciascuno uguale a 1/365 di anno.

**SCONTO.** Le operazioni di **sconto** riguardano il pagamento anticipato di un capitale che scade in futuro, o l'estinzione anticipata di un debito. Una persona, che ha diritto di riscuotere un certo capitale, chiamato valore nominale, che ha scadenza in un tempo futuro, cede il diritto di riscossione in cambio di un capitale minore, chiamato valore attuale. La differenza tra il valore nominale e il valore attuale si chiama, appunto, sconto e rappresenta il compenso di chi anticipa il capitale prima della sua scadenza naturale. Come per l'interesse, anche in questo caso si stabilisce un tasso unitario di sconto.

Per esempio, una persona cede il diritto di riscuotere tra un anno il capitale di 5.000 € (valore nominale) ad un'altra persona. La seconda persona in cambio gli consegna 4.500 € (valore attuale).

Il tasso di sconto sarà la differenza tra i due valori, cioè di 500 €, con un tasso di sconto che calcoliamo con la seguente proporzione:

$$s : 500 = 1 : 5.000$$

da cui  $s = (500 \cdot 1) / 5000 = 0,1$  che corrisponde al 10%.

**INTERESSE E MONTANTE COMPOSTO.** Il regime finanziario dell'interesse composto si ha quando gli interessi maturati alla fine di ogni periodo si aggiungono al capitale e si vanno ad aggiungere per i periodi successivi.

Per esempio la banca calcola l'interesse maturato sui conti correnti periodicamente e, se questo non viene ritirato, la banca lo considera facente parte del nuovo capitale del cliente. Su questo capitale "aggiornato" viene calcolato l'interesse nel periodo successivo.

Per esempio, se un cliente deposita un capitale di 30.000 € al tasso annuo del 3% per 2 anni, alla fine del primo anno gli interessi maturati ammontano a:  $i = 30.000 \cdot 0,03 \cdot 1 = 900$  €. L'importo a credito del cliente, cioè, il montante sarà la somma del capitale e dell'interesse:

$$M = C + I = 30.900 \text{ €}.$$

Allo scadere del secondo anno gli interessi saranno calcolati sul nuovo capitale:  $I_2 = 30.900 \cdot 0,03 \cdot 1 = 927$ €

per cui il montante finale, dopo due anni, sarà  $M = 30.900 + 927 = 31.827$ €, e così via per gli anni.

Generalizzando si può dimostrare che la capitalizzazione ad interesse composto per il capitale C impiegato per "n" anni, al tasso annuo "i" è data dalla formula:

$$M = C(1+i)^n$$

Questa legge è chiamata del montante ad interesse composto. Il binomio  $(1+i)^n$  è detto fattore di capitalizzazione composta.

StudentVille