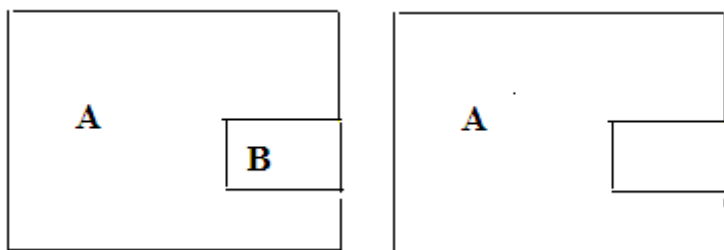


Equivalenza nel piano. Teorema di Pitagora e sue applicazioni

EQUIVALENZA NEL PIANO

Due poligoni anche se non hanno la stessa forma, possono essere **equivalenti**, o equiestesi, perché hanno la stessa estensione, cioè la stessa area.

- Quando due figure piane A e B, non hanno punti in comune, o hanno in comune solo punti del loro contorno, si definisce la loro somma la figura formata dall'unione di A e di B, cioè $C = A + B$.
- Date due figure piane A e B, la seconda interamente contenuta nella prima, si definisce differenza $A - B$, come l'insieme dei punti di A che non appartengono a B.



Per indicare che due poligoni sono equivalenti si utilizza la notazione

$A \square B$.

Due figure congruenti sono equivalenti, mentre non vale il contrario, cioè due figure equivalenti possono non essere congruenti. Per esempio, possono essere equivalenti un triangolo e un trapezio, che non sono, naturalmente, congruenti.

Due poligoni si dicono **equicomposti**, o equiscomponibili, quando possono essere divisi in uno stesso numero di poligoni rispettivamente congruenti, oppure se uno di essi si può dividere in un numero finito di parti, danno la figura intera. Naturalmente vale anche il contrario, cioè due figure equivalenti, sono equiscomponibili.



L'equiscomponibilità dei poligoni ha le seguenti proprietà:

- Proprietà riflessiva: ogni poligono è equicomposto con se stesso.
- Proprietà simmetrica: se un poligono A è equicomposto con un poligono B, allora B è equicomposto con A.
- Proprietà transitiva: se un poligono è equicomposto con un poligono B, e B è equicomposto con un altro poligono C, allora A è equicomposto con C.

Due figure congruenti sono equivalenti.

TEOREMA DI PITAGORA

Questo teorema si applica ai triangoli rettangoli, per cui prima di descriverlo si richiamano gli elementi che caratterizzano questo particolare triangolo. Il triangolo rettangolo ha un angolo di 90° e due angoli acuti. I lati che formano l'angolo retto sono chiamati **cateti**, mentre il lato opposto si chiama **ipotenusa**.

Il teorema di Pitagora afferma che **in un triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'ipotenusa è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti**.

Chiamando i due cateti, a e b e l'ipotenusa c si ha:

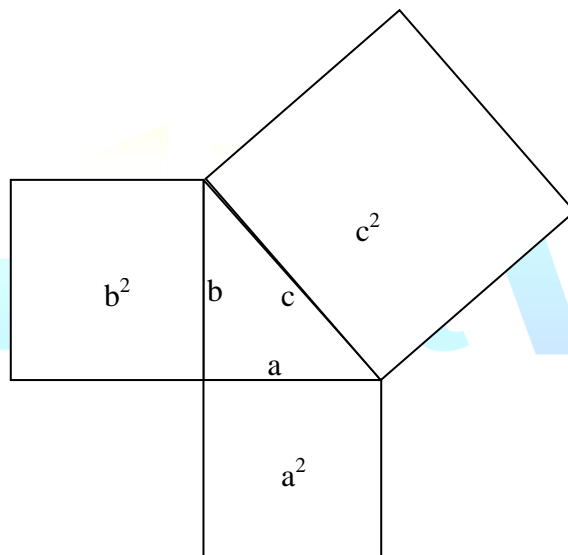
$$c^2 = a^2 + b^2$$

Naturalmente per avere l'ipotenusa bisogna, poi, estrarre la radice quadrata di entrambi i termini dell'equazione, si avrà:

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Per calcolare la misura di un cateto, conoscendo l'ipotenusa e l'altro cateto, si applicano le formule inverse:

$$b = \sqrt{c^2 - a^2} \qquad a = \sqrt{c^2 - b^2}$$



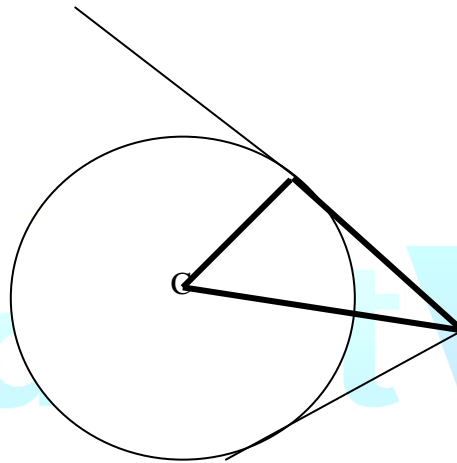
Si ricorda che l'area di un quadrato è uguale a lato per lato, cioè l^2 .

Sono chiamate **terne pitagoriche** le terne di numeri naturali che sono misure dei lati di un triangolo rettangolo, in modo che il quadrato più grande è uguale alla somma dei quadrati più piccoli; esempi di terne pitagoriche sono i numeri 3, 4 e 5, perché $3^2 + 4^2 = 5^2$, oppure i numeri 6, 8, 10, perché $6^2 + 8^2 = 10^2$.

APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI PITAGORA

- Un triangolo equilatero è diviso dall'altezza relativa ad uno qualunque dei suoi lati in due triangoli rettangoli congruenti;
- Un triangolo isoscele è diviso dall'altezza relativa alla base in due triangoli rettangoli congruenti;
- Un quadrato è diviso dalla diagonale in due triangoli rettangoli congruenti;
- Un rettangolo è diviso dalla diagonale in due triangoli rettangoli congruenti;
- Un rombo è diviso dalle sue diagonali in quattro triangoli rettangoli congruenti;

- Un parallelogrammo è diviso dall'altezza relativa ad un lato in un triangolo rettangolo e un trapezio rettangolo;
- Un trapezio rettangolo è diviso dall'altezza in un rettangolo e in un triangolo rettangolo;
- Un trapezio isoscele è diviso dalle due altezze in un rettangolo e in due triangoli rettangoli congruenti;
- I poligoni regolari vengono divisi in tanti triangoli isosceli congruenti quanti sono i lati del poligono (per esempio un pentagono viene diviso in 5 triangoli isosceli congruenti , l'esagono in sei, ecc.);
- Un triangolo inscritto ad una semicirconferenza è un triangolo rettangolo la cui l'ipotenusa coincide con il diametro;
- In una circonferenza, data una sua corda, la distanza del centro dalla corda, metà corda e il raggio, passante per una estremità della corda, formano un triangolo rettangolo, in cui il raggio rappresenta l'ipotenusa;
- Il segmento di tangente di una delle due tangenti ad una circonferenza da un punto esterno, il raggio passante per il punto di tangenza e la distanza tra il punto esterno e il centro della circonferenza formano un triangolo rettangolo.



- Il segmento di tangente, tracciato da un punto esterno alla circonferenza, passante per uno degli estremi del diametro, il segmento di secante passante per l'altro estremo del diametro e il diametro stesso, formano un triangolo rettangolo.

