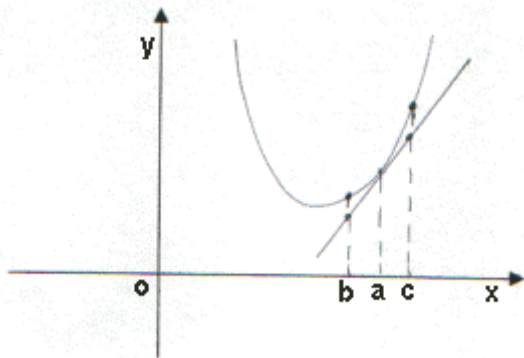


Concavità e punti di flesso



Una funzione $f(x)$ volge la **concavità verso l'alto** in un punto a del suo dominio se, considerata la tangente nel punto $(a, f(a))$, in un intorno di a , per ogni x , l'ordinata sulla tangente è minore o uguale di quella sul grafico della funzione (figura a fianco).

Se la condizione si verifica per ogni punto di un intervallo si dice che la funzione volge la concavità verso l'alto nell'intervallo.

Analogamente si può definire la **concavità**

verso il basso, nelle stesse condizioni l'ordinata sulla tangente deve essere maggiore o uguale di quella sul grafico della funzione.

Se una funzione volge la concavità verso il basso in ogni punto di un intervallo, si dice che volge la concavità verso il basso nell'intervallo.

I punti in cui una funzione cambia concavità sono detti **punti di flesso**.

Per determinare gli intervalli di concavità, possiamo enunciare il seguente teorema:

Se in un intervallo I $f''(x) > 0 \Rightarrow$ la funzione $f(x)$ volge in I la concavità verso l'alto;

Se in un intervallo I $f''(x) < 0 \Rightarrow$ la funzione $f(x)$ volge in I la concavità verso il basso.

Esempio

Determinare gli intervalli di concavità della funzione

$$y = x^4 - 4x^3.$$

Calcoliamo le derivate prima e seconda e imponiamo quest'ultima maggiore di zero.

$$y' = 4x^3 - 12x^2;$$

$$y'' = 12x^2 - 24x;$$

$$y'' > 0,$$

$$12x^2 - 24x > 0;$$

le soluzioni sono $x < 0$ e $x > 2$.

La funzione di conseguenza, volge la concavità verso l'alto per $x < 0$ e $x > 2$, la volge verso il basso per $0 < x < 2$.

Nei punti in cui cambia concavità, cioè 0 e 2, la funzione ha i flessi,

$f(0)=0$ e $f(2)=-16$ rappresentano le ordinate dei punti di flesso.

