

Derivata della funzione composta

La **funzione composta** è una funzione che dipende a sua volta da una seconda funzione ed è detta anche **funzione di funzione**. Per chiarire il concetto consideriamo $y = \sqrt{x}$. In questo caso per determinare la y occorre effettuare la radice quadrata del numero reale che si attribuisce alla x . L'operazione viene fatta sul valore della variabile x , la y quindi dipende da x ed è di conseguenza funzione di questa variabile. In $y = \sqrt{x^2 + 1}$ la variabile y si ricava eseguendo la radice quadrata di $x^2 + 1$, cioè di un'altra funzione. Per questo motivo siamo in presenza di una funzione composta. In generale la funzione composta si indica con la scrittura:

$$y=f[g(x)]$$

Si dimostra che la sua derivata è:

$$y' = f'[g(x)]g'(x)$$

Quindi la **derivata di una funzione composta** è uguale al *prodotto della derivata della prima funzione per quella della seconda*.

Esempio:

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{x^2 + 2x + 1} \\ y' &= \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 2x + 1}} \cdot (2x + 2) \\ y' &= \frac{2x + 2}{2\sqrt{x^2 + 2x + 1}} \\ y' &= \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}} \end{aligned}$$

Seguono altri tre esercizi.

$$\begin{aligned} y &= \sin \ln x & y' &= (\cos \ln x) \cdot \frac{1}{x} & y' &= \frac{1}{x} \cos \ln x ; \\ y &= e^{3x+4} & y' &= 3e^{3x+4} ; \\ y &= \sqrt{\sin x^2} & y' &= \frac{2x \cos x^2}{2\sqrt{\sin x^2}} & y' &= \frac{x \cos x^2}{\sqrt{\sin x^2}}, \text{ in quest'ultimo esempio siamo in presenza di un} \end{aligned}$$

caso in cui le funzioni sono tre. Si esegue prima la derivata della radice, la si moltiplica per quella del seno e infine per la derivata di x^2 .

In generale si procede derivando la funzione più “esterna” e moltiplicando il risultato per le derivate delle altre.