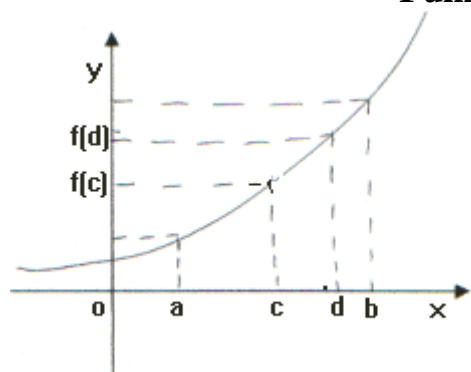


## Funzioni crescenti e decrescenti



Una funzione  $f(x)$  è **crescente** in un intervallo  $[a,b]$  del suo dominio se ivi, all'aumentare dei valori della  $x$ , aumentano anche quelli della  $y$ . In figura è rappresentato il classico esempio. In modo più rigoroso si può dire che una funzione  $f(x)$  è crescente in  $[a,b]$  se, comunque si considerano al suo interno due punti  $c$  e  $d$ , con  $c < d$ , risulta:  $f(c) < f(d)$ .

Una funzione  $f(x)$  è **decrescente** nell'intervallo  $[a,b]$  del suo dominio se ivi, all'aumentare dei valori della  $x$ , quelli della  $y$  diminuiscono.

Una definizione più precisa è la seguente: una funzione  $f(x)$  è decrescente in un intervallo  $[a,b]$  del suo dominio se, considerati al suo interno due qualsiasi punti  $c$  e  $d$ , con  $c < d$ , risulta:  $f(c) > f(d)$ .

L'analisi matematica ci fornisce gli strumenti per individuare gli intervalli di crescita e decrescenza di una funzione con i due teoremi di seguito riportati che però non verranno dimostrati.

**Se in un intervallo  $[a,b]$  del dominio di una funzione  $f(x)$  si verifica che  $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$  è crescente in  $[a,b]$ .**

**Se nelle stesse condizioni si ha che  $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$  è decrescente nell'intervallo.**

Per determinare concretamente gli intervalli di crescita e decrescenza di una funzione basta calcolare la sua derivata prima e imporla maggiore di zero.

### Esempi

Determinare gli intervalli di crescita e decrescenza della funzione

$$y = 3x^3 - 9x^2;$$

calcoliamo la derivata prima

$$y' = 9x^2 - 18x$$

poniamo la derivata prima maggiore di zero

$$y' > 0$$

quindi

$$9x^2 - 18x > 0,$$

dalla soluzione della disequazione si ottengono  $x < 0$  e  $x > 2$ . Si può quindi dire che la funzione è crescente per  $x < 0$  e  $x > 2$ , è decrescente per  $0 < x < 2$ . Questi ultimi valori sono le soluzioni della disequazione  $9x^2 - 18x < 0$ .

Se si vogliono determinare gli intervalli per la funzione  $y = \ln(x^2 - 4x)$

bisogna considerare che essa è definita per  $x < 0$  e  $x > 4$ ,

$$y' = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x};$$

$$\frac{2x - 4}{x^2 - 4x} > 0$$

ha per soluzioni  $0 < x < 2$  e  $x > 4$ , dal confronto con i valori del dominio si può dire che la funzione è crescente per  $x > 4$ , è decrescente per  $x < 0$ .

