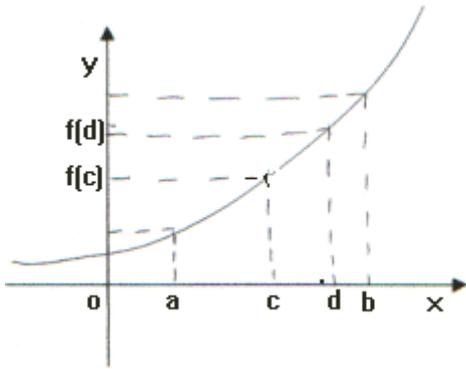


Funzioni crescenti e decrescenti



Una funzione $f(x)$ è **crescente** in un intervallo $[a,b]$ del suo dominio se ivi, all'aumentare dei valori della x , aumentano anche quelli della y . In figura è rappresentato il classico esempio. In modo più rigoroso si può dire che una funzione $f(x)$ è crescente in $[a,b]$ se, comunque si considerano al suo interno due punti c e d , con $c < d$, risulta: $f(c) < f(d)$.

Una funzione $f(x)$ è **decrescente** nell'intervallo $[a,b]$ del suo dominio se ivi, all'aumentare dei valori della x , quelli della y diminuiscono.

Una definizione più precisa è la seguente: una funzione $f(x)$ è decrescente in un intervallo $[a,b]$ del suo dominio se, considerati al suo interno due qualsiasi punti c e d , con $c < d$, risulta: $f(c) > f(d)$.

L'analisi matematica ci fornisce gli strumenti per individuare gli intervalli di crescita e decrescenza di una funzione con i due teoremi di seguito riportati che però non verranno dimostrati.

Se in un intervallo $[a,b]$ del dominio di una funzione $f(x)$ si verifica che $f'(x) > 0 \Rightarrow f(x)$ è crescente in $[a,b]$.

Se nelle stesse condizioni si ha che $f'(x) < 0 \Rightarrow f(x)$ è decrescente nell'intervallo.

Per determinare concretamente gli intervalli di crescita e decrescenza di una funzione basta calcolare la sua derivata prima e imporla maggiore di zero.

Esempi

Determinare gli intervalli di crescita e decrescenza della funzione

$$y = 3x^3 - 9x^2;$$

calcoliamo la derivata prima

$$y' = 9x^2 - 18x$$

poniamo la derivata prima maggiore di zero

$$y' > 0$$

quindi

$$9x^2 - 18x > 0,$$

dalla soluzione della disequazione si ottengono $x < 0$ e $x > 2$. Si può quindi dire che la funzione è crescente per $x < 0$ e $x > 2$, è decrescente per $0 < x < 2$. Questi ultimi valori sono le soluzioni della disequazione $9x^2 - 18x < 0$.

Se si vogliono determinare gli intervalli per la funzione $y = \ln(x^2 - 4x)$

bisogna considerare che essa è definita per $x < 0$ e $x > 4$,

$$y' = \frac{2x - 4}{x^2 - 4x} ;$$

$$\frac{2x - 4}{x^2 - 4x} > 0$$

ha per soluzioni $0 < x < 2$ e $x > 4$, dal confronto con i valori del dominio si può dire che la funzione è crescente per $x > 4$, è decrescente per $x < 0$.

