



Ministero della Pubblica Istruzione

M557- ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva:

1. Sia $f(x)$ una funzione reale di variabile reale, continua su tutto l'asse reale, tale che:

$$[1] \quad \int_0^1 f(x)dx = 2 \quad \text{e} \quad \int_0^2 f(x)dx = -5$$

- A) Di ciascuno dei seguenti integrali:

$$\int_0^1 f\left(\frac{x}{2}\right)dx, \quad \int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right)dx, \quad \int_2^4 f\left(\frac{x}{2}\right)dx, \quad \int_0^1 f(2x)dx$$

dire se le condizioni [1] sono sufficienti per calcolarne il valore e in caso di risposta affermativa quale è questo.

- B) Posto $f(x) = ax^3 + bx + c$,
dove a, b, c sono parametri reali con $a \neq 0$, determinare le curve di equazione $y = f(x)$ che soddisfano alle condizioni [1].
C) Dimostrare che ognuna delle curve trovate ha uno ed un solo punto di flesso che è centro di simmetria per la curva medesima.
D) Determinare quella, tra tali curve, che ha il flesso nel punto di ordinata -4 .
E) Fra le curve suddette determinare, infine, quelle che hanno punti stremanti e quelle che non ne hanno.

2. Il rettangolo ABCD è tale che la retta che congiunge i punti medi dei suoi lati più lunghi AB e CD, lo divide in due rettangoli simili a quello dato. Tali lati hanno lunghezza assegnata a

- A) determinare la lunghezza dei lati minori del rettangolo
B) Sulla retta condotta perpendicolarmente al piano del rettangolo nel punto medio del lato AD prendere un punto V in modo che il piano dei punti V, B, C formi col piano del rettangolo dato un angolo di coseno $\frac{2}{\sqrt{13}}$. Calcolare il volume della piramide di vertice V e base ABCD.
C) Condotta il piano α parallelo al piano della faccia VAD della piramide, ad una distanza x da questo, in modo però che α sechi la piramide stessa, esprimere in funzione di x l'area del poligono sezione.

D) Calcolare infine i volumi delle due parti in cui il piano α divide la piramide nel caso in cui $x = \frac{a}{2}$.

3. Il candidato dimostri i seguenti enunciati:

- A) Fra tutti i triangoli rettangoli aventi la stessa ipotenusa, quello isoscele ha l'area massima.
- B) Fra tutti i coni circolari retti circoscritti ad una data sfera, quello di minima area laterale ha il suo vertice distante dalla superficie sferica della quantità $r\sqrt{2}$, se r è il raggio della sfera

Il candidato chiarisca, infine, il significato di $n!$ (*fattoriale di n*) e il suo legame con i coefficienti binomiali.

Durata massima della prova: 5 ore.

E' consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema