

# ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

## CORSO SPERIMENTALE - P.N.I.

### Tema di MATEMATICA

**Il candidato scelga a suo piacimento due dei seguenti problemi e li risolva:**

**1.** Sia  $f(x)$  una funzione reale di variabile reale tale che valgano le seguenti condizioni:

$$f(x_0) > 0, f'(x_0) > 0, f''(x_0) = 0,$$

dove  $x_0$  è un particolare valore reale.

**a)** Spiegare perché tali condizioni non sono sufficienti a determinare l'andamento di  $f(x)$  in un intorno di  $x_0$ .

**b)** Trovare almeno tre funzioni polinomiali  $f(x)$ , di grado superiore al 1°, aventi andamenti diversi in  $x_0 = 0$ , tali che:

$$f(0) = 1, f'(0) = 1, f''(0) = 0.$$

**c)** Determinare, se possibile, tutte le rette tangenti ai grafici delle funzioni trovate e parallele alla retta di equazione  $y = x + 1$ .

**d)** A completamento del problema dimostrare la formula che esprime la derivata, rispetto ad  $x$ , della funzione  $x^n$ , dove  $n$  è un intero qualsiasi non nullo.

**2.** Nel piano, riferito ad un sistema monometrico di assi cartesiani ortogonali (Oxy), sono assegnati i punti:  $A(0, 2)$ ,  $B(1, 1)$ ,  $C(1, 0)$ .

**e)** Trovare l'equazione della circonferenza  $g$  inscritta nel triangolo  $OAB$ .

**f)** Determinare le equazioni dell'affinità  $a$  che ha come punti uniti i punti  $O$  e  $C$  e trasforma il punto  $B$  nel punto  $A$ .

**g)** Calcolare l'area del triangolo  $CAA'$ , dove  $A'$  è il punto trasformato di  $A$  nell'affinità  $a$ .

**h)** Stabilire se l'affinità  $a$  ha altri punti uniti, oltre ad  $O$  e  $C$ , e trovare le sue rette unite.

**i)** Stabilire quali, fra le rette unite trovate, risultano tangenti o esterne a  $g$ .

**3.** Assegnata la funzione:

dove il logaritmo si intende in base  $e$ , il candidato:

**a)** determini per quali valori di  $a$  e  $b$  la  $f(x)$  ha un minimo relativo nel punto  $(\sqrt{e}; -\frac{1}{4})$ ;

**b)** disegni la curva grafico della  $f(x)$  per i valori di  $a$  e di  $b$  così ottenuti e calcoli l'area della regione finita da essa delimitata con l'asse  $x$ .

Calcoli infine la probabilità che lanciando un dado cinque volte, esca per tre volte lo stesso numero.

---

Durata massima della prova: 5 ore.

È consentito l'uso della calcolatrice tascabile non programmabile.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura