

ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO

2004

CORSO DI ORDINAMENTO

Tema di: MATEMATICA

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti in cui si articola il questionario.

Il candidato risolva uno dei due problemi e 5 dei 10 quesiti del questionario.

PROBLEMA 1

Sia f la funzione definita da: $f(x) = 2x - 3x^3$

1. Disegnate il grafico G di f .
2. Nel primo quadrante degli assi cartesiani, considerate la retta $y = c$ che interseca G in due punti distinti e le regioni finite di piano R e S che essa delimita con G . Precisamente: R delimitata dall'asse y , da G e dalla retta $y = c$ e S delimitata da G e dalla retta $y = c$.
3. Determinate c in modo che R e S siano equivalenti e determinate le corrispondenti ascisse dei punti di intersezione di G con la retta $y = c$;
4. Determinate la funzione g il cui grafico è simmetrico di G rispetto alla retta $y = \frac{4}{9}$.

PROBLEMA 2

ABC è un triangolo rettangolo di ipotenusa BC .

1. Dimostrate che la mediana relativa a BC è congruente alla metà di BC .
2. Esprimete le misure dei cateti di ABC in funzione delle misure, supposte assegnate, dell'ipotenusa e dell'altezza ad essa relativa.
3. Con $BC = \sqrt{3}$ metri, determinate il cono K di volume massimo che si può ottenere dalla rotazione completa del triangolo attorno ad uno dei suoi cateti e la capacità in litri di K .
4. Determinate la misura approssimata, in radianti ed in gradi sessagesimali, dell'angolo del settore circolare che risulta dallo sviluppo piano della superficie laterale del cono K .

QUESTIONARIO

1. Trovate due numeri reali a e b , $a \neq b$, che hanno somma e prodotto uguali.
2. Provate che la superficie totale di un cilindro equilatero sta alla superficie della sfera ad esso circoscritta come 3 sta a 4.
3. Date un esempio di funzione $f(x)$ con un massimo relativo in $(1, 3)$ e un minimo relativo in $(-1, 2)$.
4. Dimostrate che l'equazione $e^x + 3x = 0$ ammette una e una sola soluzione reale.
5. Di una funzione $g(x)$, non costante, si sa che:

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 3 \text{ e } g(2) = 4$$

Trovate una espressione di $g(x)$.

6. Verificate che le due funzioni $f(x) = 3 \log x$ e $g(x) = \log(2x)^3$ hanno la stessa derivata. Quale giustificazione ne date?
7. Un triangolo ha due lati e l'angolo da essi compreso che misurano rispettivamente a , b e δ . Quale è il valore di δ che massimizza l'area del triangolo?
8. La misura degli angoli viene fatta adottando una opportuna unità di misura. Le più comuni sono i gradi *sessagesimali*, i *radiani*, i gradi *centesimali*. Quali ne sono le definizioni?
9. Calcolate:

$$\int_0^1 \arcsen x dx$$

10. Considerate gli insiemi $A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{a, b, c\}$; quante sono le applicazioni (le funzioni) di A in B?

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito soltanto l'uso di calcolatrici non programmabili.

Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.