

29.

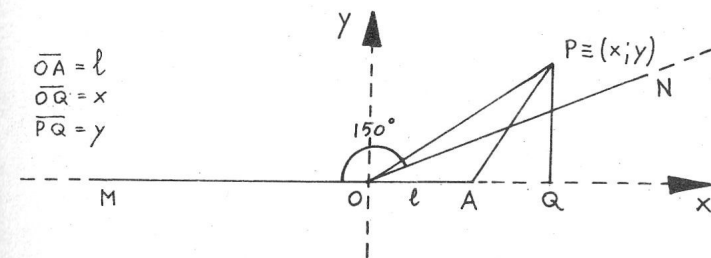
SETTEMBRE 1955

SIANO DATI L'ANGOLO \widehat{MON} DI 150° ED IL PUNTO A DELLA SEMIRETTA OPPOSTA ALLA LA TO OM, TALE CHE $OA = l$. TROVARE UN PUN TO P, INTERNO ALL'ANGOLO DATO, IN MODO CHE, INDICATA CON Q LA SUA PROIEZIONE ORTOGONALE SULLA RETTA MA, SI ABBIANO LE RELAZIONI

$$\overline{OA} + 2 \cdot \overline{OQ} = 2\sqrt{3} \cdot \overline{QP}$$

$$\overline{OP}^2 + \overline{AP}^2 = K \cdot \overline{OA}^2$$

CON K NUMERO REALE POSITIVO. E' IN FA- COLTA' DEL CANDIDATO TRATTARE IL PROBLEMA PER VIA GEOMETRICA.



Applicando la prima relazione del problema si ha

$$\overline{OA} + 2 \cdot \overline{OP} = 2\sqrt{3} \cdot \overline{PQ} \longrightarrow \boxed{y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{6}l} \quad (1)$$

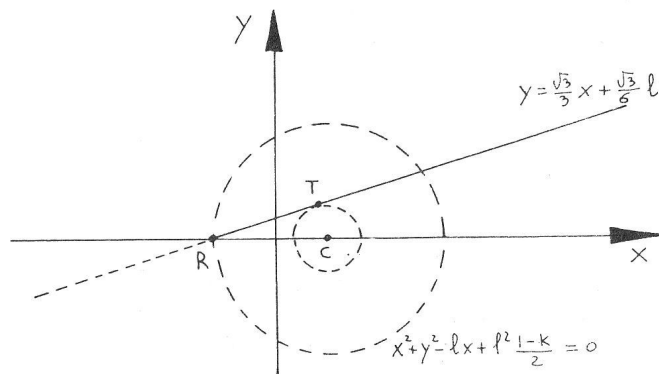
Inoltre, poiché

$$\overline{AP}^2 = (x-l)^2 + y^2 = x^2 - 2lx + l^2 + y^2$$

$$\overline{OP}^2 = x^2 + y^2$$

applicando la seconda relazione si ottiene

$$\overline{OP}^2 + \overline{AP}^2 = K \cdot \overline{OA}^2 \longrightarrow \boxed{x^2 + y^2 - lx + l^2 \frac{1-K}{2} = 0} \quad (2)$$



La (1) è una retta di cui dovremo tener conto solo della parte con $y > 0$, cioè dal punto $R \equiv (-\frac{l}{2}; 0)$

in su. La (2) invece è un fascio di circonferenze concentriche con centro in

$$C \equiv (\frac{l}{2}; 0)$$

Determiniamo per quale valore di K la circonferenza passa per R , imponendole di passare per tale punto

$$\frac{l^2}{4} + 0 + \frac{l^2}{2} + l^2 \frac{1-K}{2} = 0 \longrightarrow K = \frac{5}{2}$$

Determiniamo ora le coordinate di T . La retta TC ha equazione

$$y - 0 = -\sqrt{3} \left(x - \frac{l}{2}\right) \longrightarrow y = -\sqrt{3}x + l \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Mettendola a sistema con la retta RT si ha

$$T \equiv \left(\frac{l}{4}; \frac{l\sqrt{3}}{4}\right)$$

Imponiamo al fascio di circonferenze di passare per T

$$\frac{l^2}{16} + \frac{3l^2}{16} - \frac{l^2}{4} + l^2 \frac{1-K}{2} = 0 \longrightarrow K = 1$$

Riassumendo si ha quindi la situazione se-

guente

