

32.

LUGLIO 1957

E' DATA UNA CIRCONFERENZA DI CENTRO
O E RAGGIO r , DELLA QUALE SIA AB UNA COR=
DA IL CUI PUNTO MEDIO E' H.

DETERMINARE LA LUNGHEZZA $2x$ DI TALE
CORDA IN MODO CHE RISULTI

$$2 \cdot \overline{AB} + 3 \cdot \overline{OH} = Kr$$

\overline{OH} K NUMERO POSITIVO DATO -

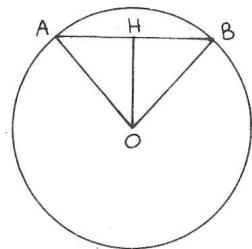
SUCCESSIVAMENTE, FISSATA UNA CORDA
AB CHE SODDISFI LA PRECEDENTE CONDIZIO=.
NE SI DETERMINI SULLA CIRCONFERENZA UN
PUNTO C IN MODO CHE SI ABBIA
 $\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = m \cdot \overline{AB}^2$

ESSENDO m UN NUMERO POSITIVO -

N.B. SI ASSUMA COME INCOGNITA L'AN=.
GOLO CAB E SI TENGA PRESENTE CHE L'AN=.
GOLO ACB, UNA VOLTA FISSATA LA CORDA AB,
E' DA CONSIDERARSI NOTO -

186

Luglio 1957

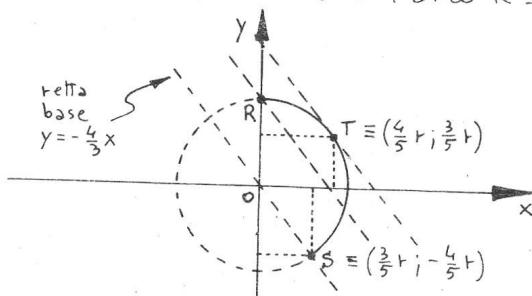


$$\begin{aligned} \overline{AB} &= 2x \\ \overline{OH} &= y \\ \overline{OB} &= r \\ \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq r \\ -r \leq y \leq r \end{array} \right. \end{aligned}$$

La relazione del problema e il teorema di Pitagora applicato al triangolo OHB , costituiscono il sistema

$$\begin{cases} 4x + 3y = Kr & (\text{con } K > 0) \\ x^2 + y^2 = r^2 \end{cases}$$

cioè un fascio di rette parallele con coefficiente angolare $m = -\frac{4}{3}$, e una circonferenza con centro nell'origine e raggio unitario, di cui dovremo considerare l'arco RS



Luglio 1957

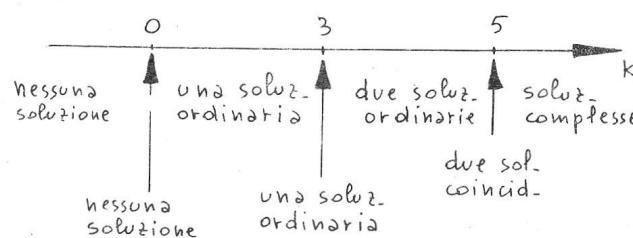
187

Dove il punto S e determinato dalla condizione $K > 0$.

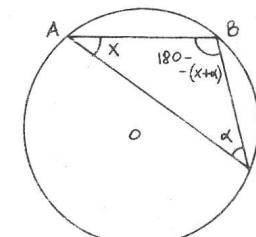
La retta del fascio passa per

$$\begin{cases} S & \text{quando } K = 0 \\ R & \text{quando } K = 3 \\ T & \text{quando } K = 5 \end{cases}$$

e quindi



Passiamo ora alla seconda parte del problema. Consideriamo AB (e quindi α) costante e C variabile sulla circonferenza.



Luglio 1957

Per il Teorema della corda e'

$$\begin{cases} AB = 2r \sin \alpha \\ BC = 2r \sin x \\ AC = 2r \sin [180 - (x + \alpha)] = \\ = 2r \sin (x + \alpha) \end{cases}$$

e applicando la relazione del problema si ha

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = m \cdot \overline{AB}^2$$

$$4r^2 \sin^2(x + \alpha) + 4r^2 \sin^2 x = m \cdot 4r^2 \sin^2 \alpha$$

$$\sin^2(x + \alpha) + \sin^2 x = m \sin^2 \alpha$$

Sviluppando e dividendo per $\cos^2 x$ (dopo aver reso l'equazione omogenea di secondo grado), si ha

$$\tan^2 x (\cos^2 \alpha + 1 - m \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \tan x + \sin^2 \alpha (1 - m) = 0$$

equazione parametrica che può essere discussa dopo aver assegnato ad α un valore arbitrario (per esempio $\alpha = 45^\circ$)

In tal caso si ha

$$\tan^2 x (3 - m) + 2 \tan x + (1 - m) = 0$$

$$-45^\circ < x < 135^\circ \quad m > 0$$