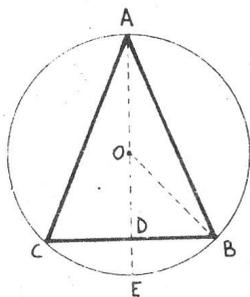


15.

1971: SECONDO PROBLEMA

FRA I TRIANGOLI ISOSCELI INSCRITTI IN UNA CIRCONFERENZA DI RAGGIO ASSEGNATO, SI DETERMINI QUELLO PER CUI E' MASSIMA LA SOMMA DELL'ALTEZZA E DEL DOPIO DELLA BASE.



$$AO = r$$

$$OD = x \quad (-r \leq x \leq r)$$

Risulta

$$AD = r + x$$

$$DB = \sqrt{r^2 - x^2}$$

$$BC = 2\sqrt{r^2 - x^2}$$

Applichiamo la relazione del problema

$$y = AD + 2 \cdot BC$$

$$y = r + x + 4\sqrt{r^2 - x^2}$$

Calcoliamo ora il massimo di questa funzione

$$y' = 1 - \frac{4x}{\sqrt{r^2 - x^2}}$$

$$\frac{\sqrt{r^2 - x^2} - 4x}{\sqrt{r^2 - x^2}} = 0$$

$$\sqrt{r^2 - x^2} = 4x$$

$$r^2 - x^2 = 16x^2$$

$$x = \pm \frac{r\sqrt{17}}{17}$$

è accettabile solo la radice positiva perché quella negativa non soddisfa l'equazione iniziale.

Quindi la funzione ammette un massimo per

$$x = \frac{r\sqrt{17}}{17}$$

ed in tal caso essa assume il valore

$$y = r + \frac{r\sqrt{17}}{17} = r \left(1 + \frac{\sqrt{17}}{17} \right)$$