16.

1971: TERZO PROBLEMA

SI STUDI IL GRAFICO DELLA FUNZIONE

$$y = 2 \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} 2x$$

NELL' INTERVALLO

$$0 \leq x \leq 2\pi$$

La funzione può anche essere scritta nel modo seguente

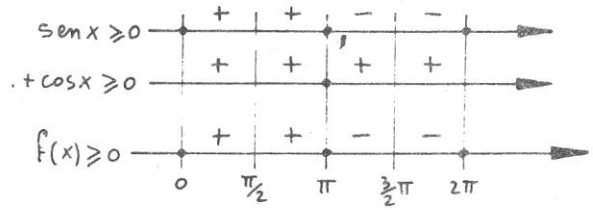
$$y = 2 \operatorname{sen} x + 2 \operatorname{sen} x \cos x$$

$$y = 2 \operatorname{sen} x \left(1 + \cos x\right)$$

Non si sono asintoti. Le intersezioni con gli assi si hanno nei punti

x	0	π	2π
y	0	0	0

Studiando il segno della funzione, si ottiene



Calcoliamo ora la derivata prima e troviamo i punti in cui essa si annulla.

$$y' = 2\left(2\cos^2 x + \cos x - 1\right) = 0$$

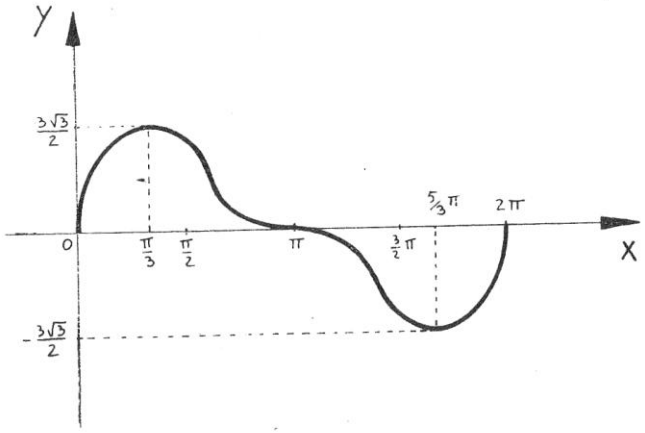
$$\cos x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \longrightarrow x = \frac{\pi}{3};\ x = \frac{5}{3}\pi \\ -1 \longrightarrow x = \pi \end{cases}$$

Si ottengono così tre punti caratteristici con coordinate

$$A \equiv \left(\frac{\pi}{3}; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) \qquad B \equiv \left(\pi; 0\right) \qquad C \equiv \left(\frac{5}{3}\pi; -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$$

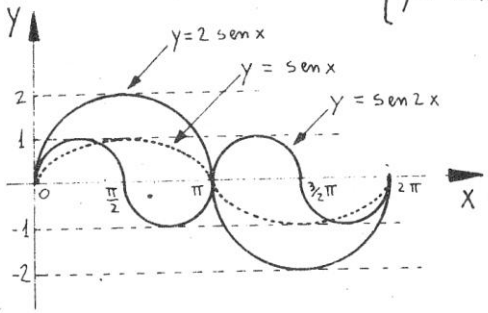
che sono rispettivamente un massimo, un flesso orizzontale e un minimo.

Il grafico conclusivo è alla pagina seguente



Lo stesso risultato qualitativo si sarebbe potuto ottenere senza alcun calcolo osservando che la funzione in esame può essere considerata come somma algebrica delle due funzioni elementari

$$\begin{cases} y = 2 \operatorname{sen} x \\ y = \operatorname{sen} 2x \end{cases}$$



disegnate con tratto continuo nella figura.