## Progressioni aritmetiche

**Definizione.** Si dice **progressione aritmetica** una successione di numeri ordinati in modo tale che sia costante la differenza fra un qualunque numero e quello che lo precede.

Esempio: 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29 32, ...

$$8 - 5 = 3$$

$$11 - 8 = 3$$

$$14 - 11 = 3$$

...

I termini successivi di una progressione si possono indicare con le lettere minuscole con indice:

$$a_1, a_2, a_3, ..., a_n, ...$$

**a**<sub>1</sub> è il primo termine della progressione.

La differenza costante, che nell'esempio precedente è uguale a 3, si chiama **ragione** della progressione aritmetica e si indica con **d**.

Possiamo quindi definire una progressione nel seguente modo:

$$\mathbf{a_n} = \mathbf{a_{n-1}} + \mathbf{d}$$

Formula per calcolare il termine n-esimo di una progressione aritmetica conoscendo il primo termine  $a_1$  e la ragione d.

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Formula per calcolare la **somma** dei primi **n** termini di una progressione aritmetica.

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_2)}{2}$$

## PROGRESSIONI GEOMETRICHE

Si dice **progressione geometrica** una successione di numeri ordinati in modo tale che sia costante il quoziente fra un qualunque numero e il precedente.

Esempio: 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, ...

$$6/3 = 2$$

$$12/6 = 2$$

$$24/12 = 2$$

...

Il quoziente costante, che nell'esempio numerico è 2, si chiama **ragione** della progressione geometrica e si indica con q.

Possiamo quindi definire il termine n-esimo di una progressione nel seguente modo:

$$a_n = a_{n-1} \cdot q$$

Il termine n-esimo di una progressione geometrica, noto il primo termine e la ragione si può calcolare con la seguente formula:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Quindi, in una progressione geometrica:

- se q > 0 i termini sono tutti positivi o tutti negativi
- se q < 0 i termini sono alternativamente positivi e negativi.

Il termine di posto s di una progressione geometrica, noto il termine di posto r e la ragione q è:

$$a_s = a_r \cdot q^{s-r}$$

Il prodotto di due termini equidistanti dagli estremi di una progressione geometrica è costante ed è uguale al prodotto dei termini estremi cioè:

$$a_r \cdot a_s = a_1 \cdot a_n$$

La somma dei primi n termini di una progressione geometrica di ragione q è:

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Il prodotto dei primi n termini di una progressione geometrica di ragione q è:

$$P = \pm \sqrt{\left(a_1 \cdot a_n\right)^n}$$

