

Similitudine nel piano: triangoli e poligoni simili

La **similitudine** in un piano, è una particolare trasformazione geometrica che conserva i rapporti tra le distanze di una figura geometrica giacente in esso.

Intuitivamente, la similitudine esprime il fatto che due figure hanno la stessa forma ma dimensioni diverse (ad esempio, due quadrati aventi un lato doppio dell'altro sono figure simili).

Vediamo le regole alle quali devono sottostare i triangoli per essere simili.

Definizione. Due triangoli si dicono simili se hanno gli angoli congruenti e i lati in proporzione-

CRITERI DI SIMILITUDINE DEI TRIANGOLI

1° criterio. Due triangoli sono simili se hanno gli angoli a due a due congruenti.

Poiché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180° (angolo piatto), è sufficiente verificare che due triangoli abbiano due angoli rispettivamente congruenti, perché abbiano anche il terzo angolo congruente.

2° criterio. Due triangoli sono simili se hanno un angolo congruente ed i lati che lo comprendono in proporzione.

3° criterio. Due triangoli sono simili se hanno tutti i lati ordinatamente proporzionali.

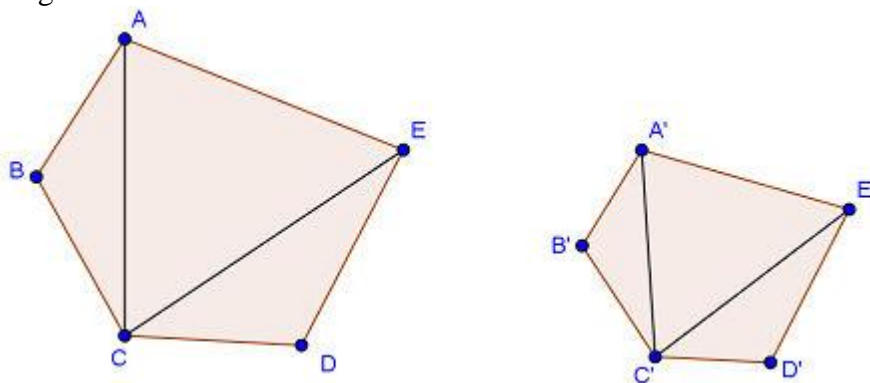
Ovviamente due triangoli uguali sono anche simili ma non viceversa.

Criterio di similitudine dei poligoni. Due poligoni sono simili se hanno gli tutti gli angoli congruenti ed i lati corrispondenti a ciascun angolo, in proporzione.

In generale, non è necessario effettuare la verifica su tutti gli angoli e tutti i lati: si possono escludere:

- due lati qualsiasi consecutivi e l'angolo compreso tra essi, oppure
- due angoli qualsiasi consecutivi e il lato compreso tra essi, oppure
- tre angoli consecutivi.

Dai criteri di similitudine dei triangoli e dal criterio di similitudine dei poligoni segue il seguente Teorema. Dati due poligoni simili, le diagonali uscenti da uno stesso vertice li decompongono in triangoli ordinatamente simili.



PRIMO TEOREMA DI EUCLIDE

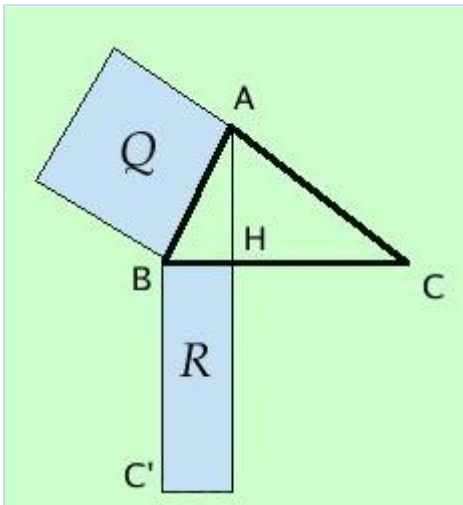
In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto e' equivalente ad un rettangolo avente per lati l'ipotenusa e la proiezione del cateto sull'ipotenusa.

Si costruisce il rettangolo prendendo BC' congruente a BC mentre BH è la proiezione del cateto AB sull'ipotenusa BC .

Occorre dimostrare che, se il triangolo è rettangolo, il quadrato Q ed il rettangolo R , sono equivalenti.

In formula: $\overline{AB}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$

Poiché in questa formula ci sono tre grandezze sarà sufficiente conoscerne due per trovare la terza.



SECONDO TEOREMA DI EUCLIDE

In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per lati le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

Nei problemi è particolarmente importante la seguente forma del teorema

$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{HC}$$

Poiché tale formula coinvolge tre grandezze occorre conoscerne due per trovare la terza.

