

*Tesina di Maturità di
Stancanelli Eduardo*

Laplace: "genio opportunista"



*Liceo scientifico "E. Medi"
Leonforte
Anno scolastico 2006/2007*



Pierre Simon de Laplace nacque a Beaumont-en-Auge, piccola cittadina della Normandia, nel 1749, da una famiglia di modeste condizioni economiche. L'interesse di alcuni ricchi vicini per le sue eccellenti capacità e per la sua bella presenza gli permisero di intraprendere gli studi. Poche sono le notizie relative al periodo giovanile, poiché il suo spirito di indipendenza e di autorealizzazione causarono una netta e precoce rottura dei contatti sia con i parenti che con i benefattori stessi. Di certo sappiamo che dietro raccomandazione del matematico d'Alembert gli

venne offerto un posto come docente nella scuola militare di Parigi, dove si era recato a soli 20 anni. Nella capitale francese, certo delle sue capacità, elaborò per il ventennio successivo gran parte del suo originale lavoro sull'astronomia, senza tralasciare naturalmente la fisica e la matematica, discipline in cui lo scienziato francese aprì nuove frontiere fino a quel momento misconosciute, al punto da essere soprannominato il Newton francese grazie alle sue straordinarie capacità matematiche. La sua fama, intanto, crebbe così tanto che le maggiori accademie scientifiche europee ambivano ad averlo come membro. Terminati gli studi sulle orbite dei satelliti, Laplace si dedicò alla meccanica celeste, tentando di portare a termine un lavoro in cui poter offrire una soluzione completa al grande problema della meccanica rappresentato dal sistema solare e portare la teoria a coincidere perfettamente con l'osservazione, in modo da eliminare quelle equazioni empiriche che, a suo parer, avevano offuscato la realtà. Questi studi si concretizzarono in due grandi opere di Laplace: *Exposition du systèm du monde* e *Mèchanique celèste*. Quest'ultima opera, divisa in 5 volumi, venne pubblicata nella sua veste definitiva nel 1825. Di notevole importanza sono gli approfondimenti sugli studi newtoniani, i metodi per il calcolo delle orbite, delle loro forme e per la risoluzioni di problemi legati alle maree. Degna di nota è anche l'ipotesi della nebulosa, secondo la quale il nostro sistema solare si sarebbe formato in seguito alla condensazione di una nebulosa. La stessa teoria era stata enunciato dal filosofo tedesco Immanuel Kant nel 1755, ma sembra che Laplace non ne fosse al corrente. Il forte impegno in campo matematico permise a Laplace di pubblicare "*Teoria analitica delle probabilità* " e grazie a questo lavoro furono dati importanti contributi a questa branca della matematica di cui Laplace è considerato uno dei padri.

Anche in politica Simon Laplace fu molto impegnato, ma il suo trasformismo fu sorprendente: repubblicano convinto, abbandonò i suoi ideali quando Napoleone salì al potere, implorandolo di dargli un posto al ministero degli interni. Sollevato dalla carica per negligenza giurò fedeltà all'imperatore, ma quando questi si trovò in crisi si affrettò a prestare i suoi servigi ai Borboni. Nel 1817 divenne marchese, concludendo la sua vita come sostenitore di Luigi VIII, re di Francia.

Di carattere molto indipendente, Laplace nel corso della sua vita si inimicò molti dei suoi amici e benefattori. Ingrata fu la sua condotta verso le autorità e verso i suoi colleghi, anche quelli meno conosciuti, di cui si appropriò il merito di molti risultati. La conoscenza di Laplace era indubbiamente utile per le numerose commissioni scientifiche di cui faceva parte e, probabilmente, questo giustifica il modo in cui si chiuse un occhio sulla sua condotta decisamente poco ortodossa.



Il contributo di Laplace in campo scientifico fu molto valido; il suo incessante esplorare la realtà per coglierne le sfumature più recondite gli permise di intuire e postulare ipotesi che, solo nei secoli successivi, avrebbero trovato un riscontro scientifico.

Di grande importanza fu il contributo che Laplace offrì all'astronomia. Le sue ricerche e le sue ipotesi abbracciarono veramente una straordinaria varietà di problematiche riguardanti l'intero universo: dai corpi più vicini a noi, a quelli più lontani, di cui ipotizziamo solo l'esistenza, i buchi neri.

Per gran parte della sua vita lavorò sull'astronomia matematica e il suo lavoro raggiunse il culmine nella verifica della stabilità dinamica del sistema solare ipotizzando che esso consista in un insieme di corpi rigidi che compiono i loro movimenti nel vuoto.

Tra il 1784 e il 1786 pubblicò una memoria riguardante Giove e Saturno dove verificava, tramite delle serie perturbative, che per tempi molto lunghi l'azione reciproca di due pianeti non può mai influire significativamente sulle eccentricità e sulle inclinazioni delle loro orbite. Fece notare che le particolarità del sistema di Giove erano dovute al fatto che i moti medi di Giove e Saturno erano molto vicini alla commensurabilità. Scoprì inoltre, la ciclicità del moto dei due pianeti, stimata in circa 900 anni, motivo per cui i due pianeti appaiono esercitare accelerazioni e decelerazioni reciproche. Tale variazione era già nota anche a Lagrange, ma solo Laplace la ricondusse a un moto ciclico, confermando l'idea che il sistema solare presentasse dei moti non casuali anche su grande scala temporale. Gli sviluppi di questi studi sul moto planetario furono esposti nelle sue due memorie del 1788 e del 1789.

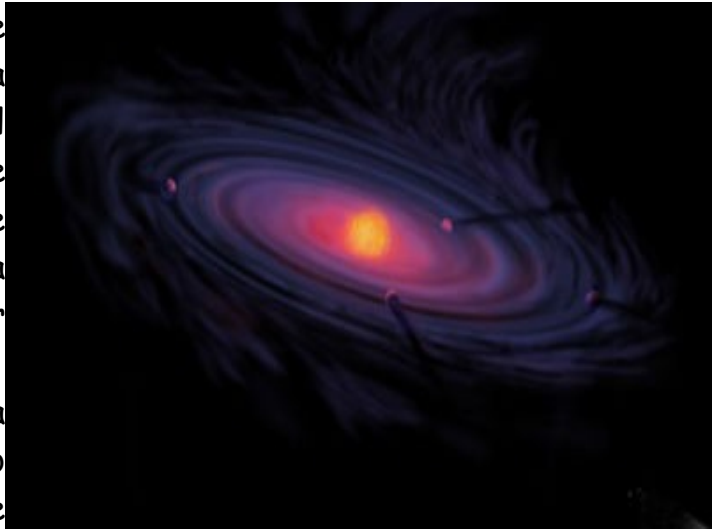


Laplace, inoltre, intuì il concetto di buco nero. Egli mostrò che ci sarebbero potuti essere delle stelle massive dotate di gravità così grande che nemmeno la luce avrebbe velocità sufficiente a uscire dal loro interno. Laplace intuì, anche, che alcune delle nebulose mostrate dai telescopi non facessero parte della Via Lattea e fossero esse stesse delle

galassie. Quindi, anticipò di un secolo la grande scoperta di Edwin Hubble.

Ma l'ipotesi più importante formulata da Laplace è quella della nebulosa, secondo la quale il sistema solare si sarebbe sviluppato da una massa globulare incandescente che ruotava attorno ad un asse passante per il suo centro di massa.

La teoria della nebulosa afferma che il sistema solare ha avuto origine dal collasso gravitazionale



di una nube gassosa, la nebulosa solare. Si calcola che la nebulosa avesse un diametro di circa 100 anni luce e una massa circa 2-3 volte quella del Sole. Si ipotizza che nel tempo una forza interferente, probabilmente una vicina supernova, abbia compresso la nebulosa, spingendo la materia verso il suo interno ed innescandone il collasso. Durante il collasso, la nebulosa avrebbe iniziato a ruotare più rapidamente, secondo la legge di conservazione del momento angolare, e a riscaldarsi. Con procedere dell'azione della gravità, della pressione, dei campi magnetici e della rotazione, la nebulosa si sarebbe appiattita in un disco planetario con una protostella al suo centro in via di contrazione.

La teoria prosegue ipotizzando che da questa nube di gas e polveri si formarono i diversi pianeti. Si stima che il sistema solare interno fosse troppo caldo per impedire la condensazione di molecole volatili quali acqua e metano: vi si formarono pertanto dei planetesimi relativamente piccoli formati principalmente da composti ad alto punto di fusione, quali silicati e metalli. Questi corpi rocciosi evolveranno successivamente nei pianeti di tipo terrestre. Più esternamente, oltre la linea di congelamento, si svilupparono i "giganti gassosi" Giove e Saturno, mentre Urano e Nettuno catturarono meno gas e si condensarono attorno a nuclei di ghiaccio. Grazie alla loro massa sufficientemente grande, i "giganti gassosi" hanno trattenuto l'atmosfera originaria sottratta alla nebulosa; i pianeti di tipo terrestre l'hanno perduta e la loro atmosfera è frutto del vulcanismo e degli impatti con altri corpi. Secondo questa teoria dopo cento milioni di anni la pressione e la densità dell'idrogeno nel centro nella nebulosa sarebbero divenuti grandi a sufficienza per avviare la fusione nucleare nella protostella. Il vento solare prodotto dal neonato Sole spazzò via i gas e le polveri residui del disco allontanandoli nello spazio interstellare e fermando così il processo di crescita dei pianeti.



Parallelamente agli studi che effettuò in astronomia Simon Laplace dedicò i suoi sforzi alla teoria delle probabilità. Nel suo *Saggio filosofico sulla probabilità*, Laplace formalizzò il procedimento matematico del ragionamento per induzione basato sulla probabilità, noto oggi come quello di Bayes. Nel 1774 ricavò lo stesso teorema che Bayes aveva pubblicato nel suo lavoro del 1763, senza esserne probabilmente a conoscenza. Una nota formula, che deriva dal procedimento che seguì Laplace, è la regola di successione: supponiamo che un evento abbia solo due possibili esiti, un successo e un insuccesso. Ipotizzando che a priori si sappia

poco o addirittura niente riguardo alla probabilità relativa degli esiti, Laplace derivò una formula per la probabilità che l'esito successivo sia un successo: $\frac{s+1}{n+2}$ dove s è il numero di successi osservati in precedenza e n è il numero totale delle prove fino ad ora osservate. Questa formula ancora oggi viene utilizzata come una stima delle probabilità di un evento se si conosce lo spazio degli eventi, ma si dispone solo di un piccolo numero di campioni. Attorno al 1810, dopo circa un trentennio di studi, Laplace enunciò la sua teoria sugli errori. Tale teoria, fu applicata in particolar modo alla pratica delle misurazioni: ad esempio, anche se provassimo a misurare con una strumentazione di massima precisione il perimetro delle casa in cui viviamo, molto difficilmente otterremo lo stesso valore, ma solo dei valori prossimi l'uno all'altro. La media dei risultati così ottenuti è un valore che solo approssimativamente si avvicina a quello reale, ma non ci fornisce l'esatta misura. Enunciato circa due secoli fa, la teoria degli errori di Laplace, è ancora oggi universalmente utilizzata per ridurre al minimo le imprecisioni.

Gli studi di Laplace furono molto ampi anche in fisica. Nonostante le ricerche di Laplace in fisica pratica fossero limitate a quelle condotte con Lavoisier tra il 1782 e il 1784 sul calore specifico di vari corpi, l'apporto teorico dello scienziato francese fu veramente mirabile.

I campi in cui spaziò furono tantissimi ma gli apporti più importanti furono dati senza dubbio all'elettromagnetismo, alla fluidodinamica e alla propagazione delle onde.

Sempre certo delle sue grandi potenzialità Laplace incontrò delle grosse difficoltà per quanto riguarda i fenomeni termici. I problemi incontrati nacquero dal fatto che, così come la luce, anche il concetto di calore risentiva degli influssi seicenteschi newtoniani ed era quindi pensato come un fluido composto da particelle. Occorreva quindi studiare l'interazione tra molecole di gas e particelle di calorico per dedurre le leggi. Il modello così ricavato portava ad immaginare molecole di gas circondate da calorico. L'aumento o la diminuzione di temperatura era data dall'acquisto o dalla perdita di calorico. Questo tipo di spiegazione, basata sempre sulla forza attrattiva della materia, si scontrava con il problema della propagazione del calore. Se era certo che il calore fluiva spontaneamente dai corpi caldi a quelli freddi, era altrettanto certo che non accadeva il contrario, ovvero che un corpo freddo diventasse ancora più freddo a vantaggio di un corpo già caldo, rendendolo ancora più caldo. In sostanza, la meccanica laplaceana sembrava impotente di fronte a questi apparenti anomalie, poiché completamente errato era il modello di descrizione prescelto. Anche se errato questo metodo fu utile qualche anno dopo a Fourier per superare tale concezione e aprire la strada alla moderna visione del calore.

Simon Laplace, inoltre, approfondendo il concetto di attrazione gravitazionale intuì che il fenomeno di attrazione capillare è dovuto a forze attrattive, che decrescono all'aumentare della distanza.

Anche se molto spesso le teorie del grande Newton furono apprezzate e da queste ne furono formulate altre, non mancarono episodi in cui il nostro Laplace corresse il grande maestro. Nel 1816 lo scienziato francese fu il primo a evidenziare come la teoria del moto oscillatorio forniva un valore impreciso della velocità del suono. Newton aveva perso d'occhio un piccolo particolare che, di certo, a uno studioso meticoloso come Laplace non sfuggì. Infatti, gli studi di Laplace avevano messo in evidenza come la velocità effettiva del suono fosse maggiore in quanto l'improvvisa compressione dell'aria avrebbe causato un innalzamento della temperatura provocando un aumento di elasticità nel mezzo conducente e quindi permettendo un movimento più rapido delle onde sonore.

Molto importante è la relazione di Laplace che indica l'effetto della

tensione superficiale tra due corpi di natura diversa quando la superficie di contatto non è piana.

$\Delta P = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ Dove σ è la tensione superficiale tra la superficie e l'esterno e il valore dell'addizione è la somma delle curvature locali della superficie in esame.

Grande merito, infine, possiamo dare a Laplace per la formulazione delle due leggi dell'elettromagnetismo che furono poi sperimentalmente verificate da Biot e Savart qualche tempo dopo. La prima legge afferma che un corpo, di lunghezza l , percorso da una corrente d'intensità i , crea in un punto A qualsiasi dello spazio circostante un campo magnetico elementare di intensità $H = i \sin \alpha / 4\pi r^2$ in cui α è l'angolo formato tra A e l e la direzione di l . Il campo quindi è diretto secondo la normale al piano passante per A e per l .

la seconda legge, invece, afferma che un elemento conduttore di lunghezza l percorso da corrente d'intensità i e immerso in un campo magnetico di induzione B è soggetto a una forza meccanica $f = i l B \sin \alpha$.

Dall'integrazione delle leggi appena enunciate gli scienziati Biot e Savart, come detto, trovarono le leggi sperimentali che stanno alla base dell'elettromagnetismo.

Eccellente come astronomo, intuitivo come fisico e a dir poco geniale come matematico: questo è il profilo di un uomo che ha speso la vita per le scienze.

Spiccò per le sue capacità in molte discipline ma in matematica diede il meglio di sé.

Gli apporti alla matematica pura furono notevoli ma le relazioni matematiche di Laplace che abbracciarono la totalità delle scienze furono importantissime per lo sviluppo di queste discipline.

Fra le scoperte di Laplace in matematica pura si possono menzionare la discussione della teoria generale dei determinanti nel 1772: grazie all'uso di un procedimento ricorsivo il teorema di Laplace o sviluppo di Laplace ci permette di calcolare il determinante di una matrice quadrata. Più precisamente abbiamo due teoremi, il primo detto "per righe" e il secondo "per colonne". I due teoremi affermano che il determinante di una matrice quadrata è pari alla somma dei prodotti degli elementi di una riga o di una colonna per i rispettivi complementi algebrici.

Oltre al teorema dei determinanti, molto importanti, sempre in matematica pura, furono la sua dimostrazione che ogni equazione di grado pari deve avere almeno un fattore quadratico reale, la sua riduzione della soluzione delle equazioni differenziali lineari ad integrali definiti; e la sua soluzione dell'equazione differenziale lineare parziale del secondo ordine.

Oltre a queste originali scoperte egli determinò, nella sua teoria della probabilità, i valori dei più comuni integrali definiti; e nello stesso libro diede la dimostrazione generale del teorema enunciato da Lagrange per lo sviluppo in serie di una qualsiasi funzione implicita per mezzo di coefficienti differenziali.

Comunque gli apporti più importanti furono dati alla fisica-matematica e alla astronomia-matematica, ambiti scientifici al cui sviluppo Pierre Simon Laplace contribuì notevolmente.

Possiamo considerare la trasformata di Laplace, l'operatore di Laplace e l'equazione di Laplace come l'apice della ricerca matematica condotta dallo scienziato francese.

La "Trasformata di Laplace" è uno strumento di fondamentale importanza per lo studio analitico delle variabili dinamiche di un sistema ed il loro andamento nel tempo. La trasformata di Laplace è una funzione lineare che permette di passare dallo studio di una variabile temporale, reale, allo studio di una variabile complessa.

Il vantaggio più significativo è che l'integrale e la derivata diventano rispettivamente una moltiplicazione e una divisione, analogamente al modo in cui i logaritmi cambiano la moltiplicazione di numeri nella loro addizione.

Essa trasforma le equazioni integrali e le equazioni differenziali in equazioni polinomiali che sono molto più facili da risolvere.

La trasformata che permette le operazioni descritte è la seguente:

$$F(s) = \{\mathcal{L}f\}(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-st} f(t) dt.$$

Le applicazioni della "Trasformata di Laplace" sono molteplici e consentono, soprattutto, la risoluzione di problemi complessi legati all'ingegneria elettrica, come l'elettromeccanica e l'elettronica.

"L'equazione di Laplace" fu un'altra importante scoperta fatta dallo scienziato francese. Le soluzioni dell'equazione di Laplace hanno importanti ricadute in molti campi della scienza. Questa equazione riveste particolare importanza nei settori dell'elettromagnetismo, astronomia e fluidodinamica dato che descrive i campi gravitazionali, elettrici e il potenziale nei fluidi.

Infine abbiamo l'operatore di Laplace, o laplaciano, che è un operatore differenziale di secondo grado scalare che si applica a funzioni scalari definite in uno spazio euclideo di due o più dimensioni. Si distinguono l'operatore di Laplace in due dimensioni, quello in tre, quello in n dimensioni. In coordinate cartesiane è definito come la somma delle derivate parziali seconde non miste rispetto alle coordinate.

Si tratta di un operatore ellittico che riveste grande importanza in matematica e in fisica. Viene usato per modellare la propagazione ondosa e il flusso del calore, comparando nell'equazione di Helmholtz. Svolge un ruolo centrale nell'elettrostatica, comparando nell'equazione di Laplace nell'equazione di Poisson. Nella meccanica quantistica rappresenta l'osservabile energia cinetica e compare nell'equazione di Schrödinger. In matematica le funzioni caratterizzate dall'annullarsi del laplaciano sono le funzioni armoniche.

Alla base della sua ideologia, fondata sulla non-necessità di ricorrere all'ipotesi di un Dio che intervenga nel mondo, vi è una concezione rigidamente meccanicistica, secondo la quale ogni stato o evento dell'universo è conseguenza di stati ed eventi precedenti e, a sua volta, causa di quelli successivi; quindi, se si conoscesse lo stato di materia nell'universo in un dato momento, si potrebbero ricostruire meccanicamente tutti i momenti successivi e precedenti della materia. Laplace, come detto, è anche stato il fondatore moderno del calcolo probabilistico, il che sembrerebbe una contraddizione: come è possibile che, dopo aver sostenuto che tutto



procede secondo il più rigido meccanicismo, egli ripieghi su un calcolo basato non sulla certezza ma sulla probabilità? Tutto si spiega se teniamo presente che il meccanicismo e la conoscenza impeccabile che ne dovrebbe derivare funzionerebbe solo se fossimo dotati di una mente super-potente in grado di raccogliere e contenere tutti i dati possibili sullo stato della materia; ed è in assenza di questo strumento che bisogna accontentarsi non di verità inconfutabili, ma di probabilità. In altri termini, la necessità di formulare previsioni probabili dipende esclusivamente dall'ignoranza dei dati necessari per una previsione certa. Ne consegue che tutto avviene in maniera rigorosamente meccanicistica ma si deve ricorrere al calcolo probabilistico perché non si hanno a disposizione gli strumenti adatti. L'importanza di Laplace nella storia della scienza e del pensiero filosofico è strettamente legata al fatto che egli sia diventato il determinista per antonomasia, ovvero il sostenitore del carattere di prevedibilità che deve avere la teoria scientifica, perché essa enuncia leggi che corrispondono ad un comportamento necessario degli oggetti fisici. In sostanza, esiste un ben preciso ambito, non solo del ragionamento, ma anche della realtà, nel quale non solo è ultra giustificato l'atteggiamento determinista, ma sarebbe del tutto illogico predicare l'opposto. Laplace, con la sua esasperata fiducia nel determinismo e nella scienza, rappresenta il modello positivista e la formulazione più compiuta del meccanicismo come forma di conoscenza certa; è da queste considerazioni di carattere scientifico che muove i suoi passi il Positivismo, così battezzato da Comte.