

# Tesina

Vanessa Alessi

16 giugno 2007

# 1 Presentazione

Questo lavoro interdisciplinare (economia aziendale, matematica, informatica) é un approfondimento riguardante il problema del Break - Even Point.

Per prima cosa esaminerò l'aspetto economico, mostrando perché questo modello viene utilizzato e quali sono i suoi limiti intrinseci.

Passerò poi ad un'analisi matematica del problema, descrivendo in particolare il metodo della regressione lineare per ricavare una legge che leghi la produzione ai costi totali, e facendo vedere il procedimento su un esempio pratico.

Infine, dopo aver esposto perché ho scelto il linguaggio C, mostrerò un programma informatico che traduce in linguaggio macchina il metodo della regressione lineare applicato al Break - Even Point.

Le pagine che seguono sono state scritte con LaTeX, che é un linguaggio ampiamente usato in ambito scientifico per la sua flessibilità e perché permette di scrivere formule matematiche anche molto complesse.

## 2 Il modello del break-even point

Il modello del break-even point é uno strumento di controllo direzionale in grado di fornire importanti informazioni al management per le decisioni correnti.

Il modello si basa sull'assunzione di valori astratti per esprimere in modo più semplice valori reali complessi, per esempio un unico generatore di costo dei costi totali, il quale é dato dal volume di produzione. Questo é il più grande limite del modello, ma é anche ciò che lo rende uno strumento semplice ed utile per il processo decisionale in molte situazioni.

La tecnica del break-even point non riguarda l'intero sistema aziendale, ma si limita al solo aspetto economico e allo svolgimento dell'attività quotidiana aziendale che mira ad estendere i fondamenti di questo modello sia al budget che ai problemi di scelta.

La break-even analysis consente di individuare il volume/valore della produzione che permette di raggiungere l'equilibrio tra costi e ricavi, e l'ottenimento di determinati obiettivi di profitto fissati in precedenza.

La prima informazione é data dalla quantità di attività globale necessaria per stabilire l'uguaglianza tra ricavi e costi, ovvero il punto di pareggio tra ricavi totali e costi totali.

L'analisi dei "costi-volumi-risultati" é caratterizzata dal particolare aspetto dei costi e dalla stretta relazione tra produzione e vendita.

Si considerano variabili i costi connessi all'incremento o al decremento della produzione, fissi invece quei costi che restano invariati al variare della produzione.

Tale modello necessita di una funzione di tipo lineare per i costi variabili e una funzione prestabilita per i costi fissi per valutare una entità significativa. Dalla relazione:

$$\text{Ricavi} - \text{Costi} = \text{Profitto}$$

dove:

$$\text{Ricavi} = \text{Quantità} * \text{Prezzo}$$

$$\text{Costi} = (\text{Costi variabili unitari} * \text{Quantità}) + \text{Costi fissi}$$

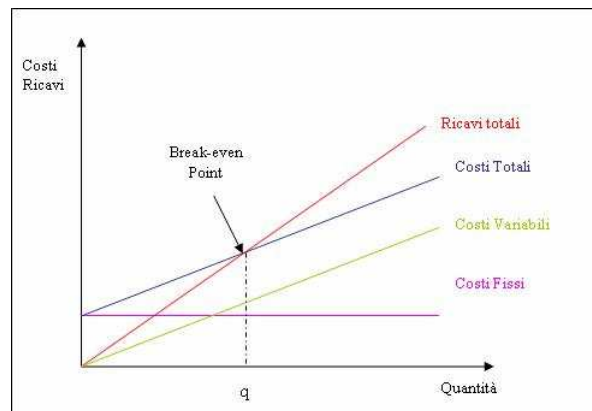
si ricava che:

$$\text{Quantità} = \text{Costi fissi} / (\text{prezzo} - \text{Costo variabile unitario})$$

Quest'ultima formula rappresenta la quantità di vendite necessarie per raggiungere il pareggio economico cioè il break-even point o punto di rot-tura. Vendite aggiuntive di prodotto contribuiranno a creare profitti dal momento in cui i ricavi superano i costi nell'area destra del BEP mentre a sinistra di tale punto, l'azienda supporterà perdite.

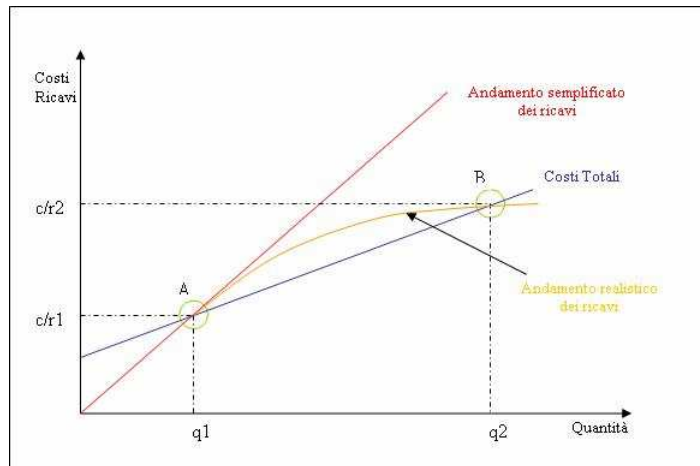
La rappresentazione grafica evidenzia le relazioni tra costi fissi, costi variabili e ricavi totali ottenendo da tutto ciò un diagramma di redditività (profit - graph), nel quale il punto di intersezione tra la retta dei costi totali e quella dei ricavi totali determina il punto di pareggio o equilibrio espresso in termini di unità fisiche.

### Grafico 1 Break-even point in funzione della quantità



Il fatto di considerare la relazione tra le due grandezze (prezzo/quantità) di tipo lineare non è una semplificazione accettabile in quanto i ricavi potrebbero meglio essere rappresentati da una curva piuttosto che da una retta.

**Grafico 2 Break-even point e andamento realistico dei ricavi**



Dal grafico 2 si può osservare come il modello rappresentato è più vicino alla realtà, ma comporta maggiori incertezze nel caso in cui cerchiamo di dare un significato alle azioni intraprese dall'azienda.

Inoltre, non esiste un unico punto di pareggio, ma ben due (A e B) in corrispondenza dei quali i ricavi uguagliano i costi.

Il diagramma di redditività del grafico 1 è spesso utilizzato per posizionare l'azienda nell'area di profitto o comunque per migliorare la sua posizione mentre l'utilizzo del modello descritto al grafico 2 comporta una difficoltà dovuta proprio ai suoi break-even point.

Tale complessità sta nell'applicazione del modello ed è data dalla difficoltà di prendere decisioni che non portano a risposte certe e sicure.

Il management, semplificando con la funzione lineare l'andamento dei ricavi, sa che deve superare il punto d'equilibrio per posizionarsi nell'area di profitto e conseguire utili.

Considerando invece l'andamento realistico dei ricavi, l'azienda dovrà stabilire un quantitativo di prodotti da vendere a cui corrisponderà un utile che, in fase di programmazione, riterrà idoneo. A consuntivo verificherà le vendite realizzate e potrà accadere che gli utili conseguiti siano inferiori di quelli attesi.

L'azienda, considerando le vendite effettuate insufficienti a conseguire l'utile desiderato, deciderà di incrementare ulteriormente le quantità da vendere, ma ancora una volta le sue aspettative potranno essere disattese dai fatti. Il management dovrà trovare una posizione ottimale nell'intervallo situato tra i punti di pareggio A e B nel grafico 2 e, non un indifferente aumento delle vendite. Il management dovrà esaminare con cura la situazione perché la semplificazione del modello potrebbe far commettere errori.

Entrambi i grafici evidenziano uno scoglio dovuto alla differenza che esistono tra aziende monoprodotto e multiprodotto.

Questo è dato dalla variabile quantità che si comporta in modo differente in base al tipo di azienda che analizziamo.

L'obiettivo di incrementare le quantità da vendere per ottenere profitti è una decisione problematica, in quanto dovrebbero essere indicati i prodotti eterogenei che costituiranno tale incremento.

Nell'ipotesi di un'azienda multiprodotto sono presenti delle difficoltà per esprimere le differenti quantità di ogni bene prodotto.

La variabile quantità presuppone la definizione di un mix di prodotti che non possono essere sommati tra loro numericamente ma solo attraverso un valore monetario.

Il punto di equilibrio in termini di fatturato è dato da:

$$\text{Ricavo totale} = \text{Costi fissi} / (1 - \text{Costo variabile di ogni euro venduto})$$

Dove:

$$\text{Costo variabile di ogni euro venduto} = \text{Costi variabili} - \text{Ricavi totali}$$

L'analisi del break-even point è assai diffusa, ma presenta delle grosse astrazioni:

⇒ Le curve dei costi variabili e dei ricavi sono rappresentate con linee rette; in realtà, però, sia i costi che i ricavi non variano in modo direttamente proporzionale. Inoltre per quanto riguarda i ricavi, il grafico presume che la domanda sia indipendente dal volume di produzione, ma praticamente può essere influenzata sia dal prezzo che dai volumi;

⇒ Non è corretto affermare che al massimo livello di produzione si ottiene il massimo profitto, perché esistono casi in cui la retta dei costi totali può avere dei picchi in riferimento ad esempio ad un eventuale aumento di manodopera;

⇒ Il grafico 1 mostra una situazione statica, ma mutare delle condizioni considerate questo non ha più validità e si devono studiare quindi funzioni matematiche diverse.

⇒ Per definire la curva dei ricavi è necessario stabilire il prezzo che è uno strumento di marketing e la sua determinazione può restringere le possibilità di vendita del prodotto sul mercato, infatti viene stabilito generalmente in base ai prezzi di mercato e non utilizzando il grafico del break-even point.

I volumi di vendita, pertanto, dipendono per lo più da scelte manageriali;

⇒ In presenza di un ampio numero di prodotti sorgono ulteriori difficoltà in quanto per produzioni miste sarebbe opportuno fare la break-even analysis per ciascuna produzione, per evitare risultati errati in relazione a cambiamenti di prodotti.

Inoltre molti costi variabili possono essere comuni a più prodotti: se non é possibile costruire grafici separati per ciascun tipo di prodotto, é opportuno costruire un grafico che rappresenti mediamente i costi totali;

⇒ Il modello non considera la presenza di esistenze iniziali e rimanenze finali di merce, la quale é costante in un impresa industriale. In altre parole presume che tutto ciò che viene prodotto venga anche venduto.

⇒ Il modello non considera il costo del capitale investito e pertanto fornisce informazioni poco significative dal punto di vista economico.

Il punto d'equilibrio é economicamente scorretto perché in realtà corrisponde ad un "punto di perdita" in quanto il pareggio vero e proprio si può considerare conseguito solo a condizione che i ricavi coprano anche le remunerazioni del capitale.

### 3 Analisi della regressione lineare applicata al caso della produzione e dei costi

In questa sezione analizzeremo dei metodi matematici per ricavare una relazione tra due fenomeni che si ritengono correlati; in particolare, per la relazione che intercorre tra la produzione e i costi di questa in una certa azienda.

Lo scopo é ricavare una legge matematica che leghi ciò che si produce a ciò che é necessario spendere per produrlo: quella che troveremo é esattamente la retta dei costi totali, la cui utilità é stata descritta nella sezione precedente.

Supponiamo che la relazione tra i costi di produzione e le quantità prodotte sia di natura lineare, quindi il modello matematico che qui vediamo sarà quello della regressione lineare.

La fase iniziale é rappresentata dalla raccolta di dati relativi al fenomeno da studiare. Per trovare la retta di regressione si tratta soltanto di fare dei calcoli a partire dai dati raccolti.

Indichiamo con  $x$  le produzioni e con  $y$  i costi: la funzione  $y = a + bx$ , retta di regressione dei costi sulla produzione che interpola i punti  $(x_i, y_i)$ , é ottenuta con il metodo dei minimi quadrati. Per semplificare la ricerca della retta interpolante, si é soliti usare la traslazione degli assi cartesiani che porta l'origine del sistema della nostra distribuzione ( $x = \frac{\sum_i x_i}{n}$ ,  $y = \frac{\sum_i y_i}{n}$ ) nel baricentro. Si dimostra infatti che la retta determinata con il metodo dei minimi quadrati passa sempre per il baricentro.

In termini matematici, la nostra semplificazione conduce alla ricerca di una retta nella forma  $Y = bX$  ( $y - y = b(x - x)$ ).

Si tratta di determinare  $b$ : per trovarlo va minimizzata la funzione

$$f(b) = \sum_i (bX_i - Y_i)^2$$

Per far ciò, occorre imporre l'annullarsi della derivata prima:

$$f'(b) = 2 \sum_i (bX_i - Y_i)X_i = 0$$

Sviluppando questa sommatoria, si arriva alla formula risolutiva:

$$(1) \quad b = \frac{\sum_i (X_i Y_i)}{\sum_i X_i^2}$$

Tornando al sistema originale, la retta si scrive  $y = bx + y - bx$ .



Tabella 1:

Mese	Produzioni in Tonnellate: $x_i$	Costi Totali in euro: $y_i$
Gennaio	10	16
Febbraio	17	30
Marzo	15	23
Aprile	16	26
Maggio	16	24
Giugno	14	20
Luglio	11	14
Settembre	12	15
Ottobre	15	21
Novembre	18	26
Dicembre	20	35
<hr/>		
Tot.	164	250

Riferito al nostro caso particolare, la  $y$  rappresenta il valore atteso per i costi, la  $\bar{y}$  la media dei costi registrati e la  $b = \frac{\sigma_{xy}^2}{\sigma_x^2}$  (basta dividere i termini della (1) per  $n$ ) il rapporto tra la covarianza di produzione e costi e la varianza della produzione.

L'azienda registra i costi di produzione e costi totali mensili, nell'arco di un anno, riportati nella tabella 1.

Nella tabella sopra non sono stati inseriti i dati relativi al mese di agosto perché i costi di produzione e la quantità di materiale prodotto, a causa delle ferie dei dipendenti, assumerebbero valori molto diversi da quelli registrati nel corso degli altri mesi.

Per prima cosa si calcolano le produzioni medie mensili e i costi medi mensili:

$$\text{Produzione media mensile} = \frac{164}{11} = 14.91 = \bar{x}$$

$$\text{Costo medio mensile} = \frac{250}{11} = 22.73 = \bar{y}$$

Le altre quantità che ci servono sono riportate nella tabella 2:

Tabella 2:

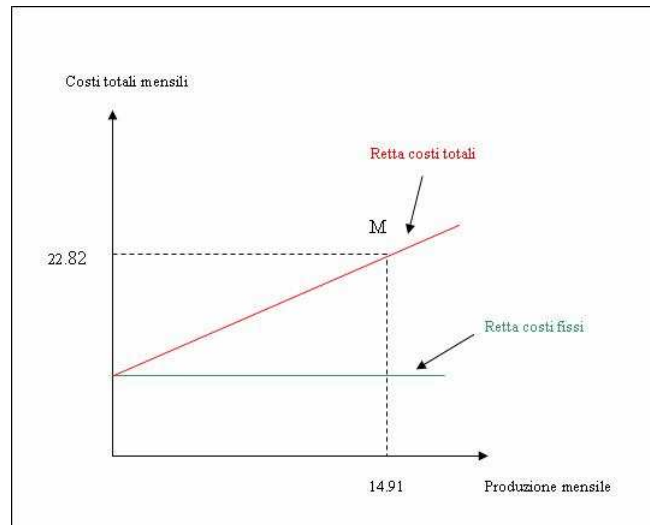
$x_i - x$	$y_i - y$	$(x_i - x) * (y_i - y)$	$((x_i - x)^2$
-4.91	-6.73	33.49	17.56
2.09	7.27	15.00	4.37
0.09	0.27	0.02	0.01
1.09	3.27	3.47	1.19
1.09	1.27	1.29	1.19
-0.91	-2.73	2.57	0.83
-3.91	-8.73	34.49	15.29
-2.91	-7.73	22.76	8.47
0.09	-1.73	-1.64	0.01
3.09	3.27	9.83	9.55
5.09	12.27	62.00	25.91
<hr/>			
0	0	171.30	84.38

La covarianza  $\sigma_{xy}^2$  tra produzione e costi vale 15.57; la varianza della produzione  $\sigma_x^2$  vale 7.67.

La retta di regressione é allora facilmente determinata, ed é:

$$y = 2.03x - 7.53$$

.



Questo grafico rappresenta la retta interpolante; i punti disegnati sul piano rappresentano i dati reali.

## 4 Programma in C

Per dare forma a quanto spiegato nelle sezioni precedenti, ho deciso di creare un programma in linguaggio di programmazione C. La scelta di questo linguaggio é dovuta dal fatto che ho voluto progettare un qualcosa di diverso, che uscisse dai soliti canoni scolastici sia nel modo che nella forma.

Il linguaggio C é un linguaggio compilato (o imperativo), ovvero prevede la traduzione del codice sorgente, predisposto dal programmatore, in linguaggio macchina. La traduzione viene eseguita da un programma detto compilatore che farà sì di poter ottenere un file eseguibile con estensione .exe in ambiente Windows o .out in ambiente Linux.

Il processo che subisce per diventare eseguibile consta di diversi passaggi: dalla scrittura del codice in un determinato editor, al suo controllo e correzione fino ad arrivare alla sua traduzione in linguaggio macchina che lo porterà ad essere eseguito dal processore.

Tale linguaggio si differenzia dal linguaggio interpretato, che invece é scritto testualmente e, in un secondo momento, tradotto tramite un programma interprete.

Sono presenti vantaggi e svantaggi dei programmi compilati.

Va a favore di essi il fatto che una volta compilati sono immediatamente eseguiti dal sistema operativo, ed é per questo che in fase di lancio e di esecuzione risultano più veloci. Sono generalmente autonomi, ovvero, se li copiamo in un computer con sistema operativo identico o almeno compatibile con quello in cui é stata fatta la compilazione, non necessitano di altri programmi o files per essere eseguiti. Tale linguaggio é praticamente imm modificabile ed é incomprensibile all'uomo, questo lo rende idoneo ad essere preferito dall'autore che vuole coprirlo con il copyright.

Le condizioni a svantaggio di un compilato nascono da vari problemi che esso comporta. Per esempio, se volessimo apportare un modifica durante la programmazione, quest'ultima andrebbe verificata ricompilando il progetto e poi lanciando il file eseguibile ottenuto, e non sarebbe possibile lanciare il programma eseguibile su un computer con sistema operativo non compatibile al compilatore usato.

Il suo più grande limite é che l'utente medio non ha alcuna possibilità di capire la logica del programma, perché non é in grado di proporre o individuarne alcun miglioramento, e alla lunga l'uso dei programmi compilati manterrà l'utente finale in uno stato di analfabetismo informatico.

Il linguaggio di programmazione C ha diverse peculiarità che lo rendono il miglior esempio di linguaggio compilato.

Il suo codice ha dimensioni ridotte, si parla di un "peso" in Kb, e in questo modo risulta molto facile trasportare il codice da un computer all'altro

usando anche un semplice floppy. Anche dopo essere stato compilato risulta molto piccolo e ciò lo rende di più facile diffusione. È proprio la sua massa contenuta che gli dona il pregio di essere efficiente.

Si dice che C sia un linguaggio di alto livello perché la sua terminologia si avvicina a quella umana, vale a dire ha una sintassi semplice in cui si usano parole della lingua inglese per descrivere i suoi comandi.

È adatto a maneggiare attività di basso livello ed è per questo che è considerato il linguaggio più basso tra i linguaggi di alto livello. Ciò è dovuto al fatto che ha poche istruzioni e gestisce in modo funzionale la memoria.

È importante dire che in C i tipi di dato delle variabili non devono essere necessariamente dichiarati e ciò permette al programmatore di commettere errori che non sono in grado di compromettere l'esecuzione del programma.

Dopo questa parentesi iniziale è bene spiegare le funzioni del mio programma. Ho cercato di proporre un mezzo con il quale possiamo calcolare, in modo veloce, le varie funzioni lineari che compongono il diagramma di redditività e il break-even point. Il suo funzionamento è molto semplice e come ogni programma che si rispetti il suo motto può essere: "inserisci e clicca che il resto viene da sé".